THESIS / THÈSE

MASTER EN SCIENCES MATHÉMATIQUES

Mathématiques et langue des signes : un regard didactique sur la notion de fonction

AMBROISE, Frédéric

Award date:
2014

UNIVERSITÉ
DE NAMUR

FACULTÉ
DES SCIENCES

UNIVERSITE DE NAMUR

Faculté des Sciences

MATHEMATIQUES ET LANGUE DES SIGNES : UN REGARD DIDACTIQUE SUR LA NOTION DE FONCTION

Mémoire présenté pour l'obtention

du grade académique de master en Sciences Mathématiques à finalité didactique

Frédéric AMBROISE

Août 2014

Mathématiques et langue des signes : Un regard didactique sur la notion de fonction

Promotrice : Martine De Vleeschouwer
Co-Promoteurs : Laurence Meurant
Sebastian Xhonneux

Mémoire présenté pour l'obtention
du grade académique de master en Sciences Mathématiques à finalité didactique
Frédéric AMBROISE
Août 2014

Résumé

Mathématiques et langue des signes :
Un regard didactique sur la notion de fonction
Frédéric Ambroise

Depuis peu, la langue des signes est à nouveau présente dans l'enseignement. Les jeunes sourds de Belgique francophone peuvent donc suivre leur scolarité en classe bilingue français - LSFB. Toutefois, le lexique en LSFB n'est pas encore totalement développé, notamment le lexique relatif à des domaines spécifiques tels que les mathématiques. Nous nous sommes intéressés à un concept particulier, celui de « fonction mathématique », pour lequel il faut créer un signe pouvant être mobilisable dans tous les domaines mathématiques ainsi que dans toutes les autres disciplines l'utilisant. Pour y parvenir, nous avons eu recours à certains outils de didactique des mathématiques.

Le présent mémoire est divisé en trois parties. La première partie concerne la langue des signes, à savoir les premiers pas en langue des signes, le profil des élèves sourds et le type d'enseignement auquel ils peuvent prétendre. La seconde partie présente la problématique de recherche ainsi que les différents outils didactiques qui nous ont été nécessaires et, en particulier, le processus de transposition didactique sur lequel s'appuie notre étude du concept de fonction. Enfin, la troisième partie aborde l'enseignement des mathématiques en classe bilingue ainsi que les différentes propositions de signes que nous donnons pour le concept de fonction.

Mots-clés : LSFB, enseignement bilingue, transposition didactique, savoir savant, savoir à enseigner, fonction mathématique

Abstract

Mathematics and sign language :
A didactic perspective on the concept of function
Frédéric Ambroise

Not long ago, sign language re-emerged in education. Deaf children of the French-speaking community in Belgium can pursue their education in bilingual French/LSFB classes. However, as yet, the LSFB lexicon is not completely developed, as for instance in specific areas such as mathematics. We focused on a particular topic, namely the concept of « mathematical function », for which a sign has to be created and has to be adaptable to all mathematical fields, as well as other sciences using it. To achieve these objectives, we used some didactic tools from mathematics.

This dissertation consists of three main parts. The first is devoted to sign language, namely the first steps in sign language, the profile of the deaf students and the type of education they aspire to. The second part deals with the research challenges and the various didactical tools that were needed therefore, and in particular, the process of didactic transposition on which our study of the concept of function mainly relied. The third and last part deals with the teaching of mathematics in bilingual classes and presents the various signs we propose to understand the concept of function.

Keywords : LSFB, bilingual education, didactic transposition, scholar knowledge, learning knowledge, mathematics function

Remerciements

Je tiens à exprimer ma gratitude envers les personnes qui m'ont aidé à mettre en oeuvre le présent mémoire.

A Martine De Vleeschouwer et Laurence Meurant, mes promotrices, pour leurs conseils pertinents, leurs critiques constructives et pour la confiance qu'elles m'ont accordée tout au long de ce mémoire, ainsi qu'à Françoise Mélotte et Sebastian Xhonneux, professeurs de mathématique, pour m'avoir consacré du temps afin de pouvoir venir observer dans leur classe,

A Marie-Christine Réser, ma maman, pour son soutien, ses encouragements et ses nombreuses relectures, ainsi qu'à Alessia et Pauline dont la patience et les encouragements m'ont toujours permis d'avancer,

A Cécile, Eve-Aline, Gaëlle, Marie, Joanna et Samuel pour leur présence et leur soutien tout au long de mes études ainsi qu'à Marjorie qui m'a également accordé du temps ainsi que ses mains,

Aux trois A. pour leurs encouragements, leurs conseils avisés, leur écoute et pour tout le temps qu'ils m'ont accordé,

A vous tous et à tous ceux que j'oublie, je vous dis

Table des matières

Table des figures

Qu'importe la surdité de l'oreille, quand l'esprit entend ?
La seule surdité, la vraie surdité, la surdité incurable, c'est celle de l'intelligence.

Lettre à Ferdinand Berthier, 25 novembre 1845 - Victor HUGO -

Introduction

La langue des signes de Belgique francophone (LSFB) a longtemps été tenue éloignée du milieu scolaire. Cet éloignement a eu pour conséquence d'empêcher le développement du lexique mathématique. Toutefois, depuis plusieurs années, l'amalgame entre parler et produire un son s'est estompé et la langue des signes de Belgique francophone a été reconnue en tant que langue officielle et a été réhabilitée dans l'enseignement.

Dans leur découverte du monde, les élèves sourds de Belgique francophone sont donc confrontés à deux langues : la LSFB à l'oral et le français à l'écrit. L'enseignement bilingue français - langue des signes suit les programmes scolaires de l'enseignement ordinaire et les besoins en terminologie spécialisée se font ressentir.

Dans le cadre de ce mémoire, nous avons choisi de nous intéresser à l'enseignement des mathématiques prodigué aux élèves sourds dans les classes bilingues français - LSFB. Grâce à des observations effectuées au sein d'une classe bilingue de la Communauté scolaire Sainte-Marie de Namur, nous avons choisi de porter un regard didactique sur la notion de fonction mathématique et en particulier à la création d'un signe en LSFB pour ce concept.

Ce mémoire est scindé en trois parties. La première partie présente les premiers pas en langue des signes. Nous donnerons tout d'abord un aperçu de la langue des signes tant au point de vue historique qu'au point de vue linguistique. Nous placerons ensuite le cadre de notre recherche en précisant le profil des élèves sourds qu'un enseignant peut rencontrer ainsi que le type d'enseignement que ces élèves peuvent suivre.

Dans la seconde partie de ce mémoire nous présenterons, dans le premier chapitre, notre cadre de recherche ainsi que la méthodologie de travail que nous avons développée afin d'identifier notre problématique. Dans le second chapitre, nous définirons les outils de la didactique des mathématiques que nous utiliserons dans nos diverses analyses. Nous y définirons particulièrement le processus de transposition didactique autour duquel nous développerons nos analyses. Dans le dernier chapitre de cette partie, nous appliquerons le processus de transposition didactique appliqué au concept de fonction. Nous effectuerons ainsi une analyse épistémologique du savoir savant relatif à ce concept ainsi qu'une analyse de la matière à enseigner le concernant.

Enfin, dans la dernière partie de ce mémoire, nous aborderons l'enseignement des mathématiques en langue des signes. Nous rendrons compte de nos observations quant à la manière dont le concept de fonction est enseigné en classe bilingue. Nous aborderons ensuite l'enseignement en LSFB d'un point de vue général en présentant différents éléments particuliers auxquels nous avons assisté. Enfin, dans le dernier chapitre de ce mémoire nous proposerons, sur base de nos analyses, différentes possibilités de représentation du concept de fonction en LSFB en donnant une analyse critique pour chacun de nos choix.

Nous clôturerons ce mémoire en proposant certaines perspectives qui pourraient être envisagées dans le but d'approfondir les recherches que nous avons menées.

Première partie

Premiers pas en langue des signes

Chapitre 1

Premiers pas en langue des signes

"Le langage le plus énergique est celui où le signe a tout dit avant qu'on parle. Ainsi l'on parle aux yeux bien mieux qu'aux oreilles. "

Essai sur l'origine des langues, 1781 - Jean-Jacques ROUSSEAU -

Les langues des signes sont des langues gestuelles principalement produites par des mouvements des mains et du visage. Ce sont les langues utilisées par les communautés de Sourds et de Malentendants. D'après M. Cloix [13], elles diffèrent des langues dites vocales par le fait que le facteur "son" n'entre pas en jeu. La langue orale étant opposée à la langue écrite, les langues des signes sont par conséquent considérées comme des langues orales, vu qu'elles ne possèdent pas de système d'écriture. De plus, ces langues assurent les mêmes fonctions que les langues vocales.

Dans ce premier chapitre, nous parlerons de la langue des signes de Belgique francophone (LSFB) : ses origines, sa construction, ses caractéristiques, etc. Toutefois, nous tenons à informer le lecteur qu'il ne s'agit ici que de donner les premiers pas en langue des signes ; en effet, ce mémoire est principalement destiné aux mathématiciens qui, pour la plupart, n'ont pas de connaissances en LSFB. Ce premier chapitre leur permet donc d'entrer en contact avec cette langue qui leur est inconnue. Pour sa rédaction, nous nous sommes basés en grande partie sur les cours que nous avons reçus de C. Wauthier [41] et B. Sonnemans [38] ainsi que sur la thèse de F. Duquesne-Belfais [18], sur la revue sociolinguistique Glottopol [22] et sur le mémoire de M. Cloix [13].

1.1 Historique

Les premières traces de l'existence des langues des signes remontent à l'Antiquité, dans les écrits de Platon. En effet, des témoignages relataient que les personnes sourdes communiquaient entre elles à l'aide de gestes. Cependant, à cette période et jusqu'à la Renaissance, les Sourds ont été ignorés, considérés comme des handicapés mentaux. Ils étaient mis au ban de la société sans que personne ne fasse d'effort pour communiquer avec eux, voués tant au mépris qu'à la déchéance la plus totale. On considérait que l'absence de langage (entendez absence de langue vocale) interdisait aux Sourds l'accès aux notions abstraites et morales, vu que l'ouïe s'avérait nécessaire à l'intelligence. « *Platon lui-même*[1] *affirmait que le langage était une faculté indispensable au développement de la pensée et donc de l'intelligence* ». Au Moyen Age, on les considérait sans âme, vu que sans parole, et il leur était d'ailleurs interdit de participer à la vie religieuse car voués à l'enfer.

C'est au XVII^{e} siècle, en Espagne, pays catholique, qu'apparurent les premiers éducateurs pour enfants sourds, nés de nobles fortunés. Ces enfants privilégiés apprenaient, malgré ce que l'on appelait à l'époque leur handicap, à lire, à écrire et surtout à parler. Cependant, les échecs et difficultés rencontrés dans ces efforts d'oralisation[2] conduisirent les éducateurs à se tourner vers d'autres moyens de communication que ceux des Entendants. Tous ces efforts étaient, à l'époque, exclusivement réservés aux enfants de parents fortunés.

Ce n'est qu'en 1760 qu'un entendant français, l'abbé Charles Michel de l'Epée, a commencé à s'interroger sur les fonctionnalités d'une langue des signes. Selon lui, les gestes pouvaient exprimer tant la pensée humaine que la langue orale. Partant de ce postulat, il a fondé la première école publique pour personnes sourdes au XVIII^{e} siècle. Par la suite, son école deviendra l'Institut National des Jeunes Sourds de Paris. L'abbé de l'Epée s'est inspiré de la langue des signes qu'utilisaient ses élèves pour créer un outil, "les signes méthodiques". Ces "signes méthodiques" faisaient correspondre un geste à chaque mot de la langue française afin que la langue des signes colle au français, ce qui permettait, selon lui, de remettre de l'ordre dans une langue incohérente. Ces signes font partie de ce que l'on appelle aujourd'hui le français signé.

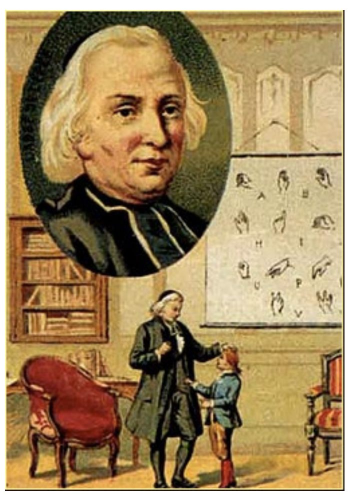


Figure 1.1 – Illustration représentant l'abbé de l'Epée enseignant les signes méthodiques [45]

1. Cette citation est tirée du mémoire de M. Cloix ([13], p.1)
2. Dans la culture des Sourds, l'oralisation est l'action de s'exprimer par l'oral.

En 1878, un congrès d'Entendants pro-oralistes eut lieu à Paris afin de débattre de l'insertion des personnes sourdes dans la société. Deux ans plus tard, il s'en est suivi un congrès international, le Congrès de Milan (1880). Basé sur le même thème, il regroupa 162 congressistes entendants (français et italiens pour la plupart) ainsi que deux personnes sourdes. Ce congrès décréta que, pour l'ensemble de la Communauté des Sourds, la pratique de la langue des signes serait interdite. Ainsi débute une "Guerre de Cent Ans". Les Sourds ne pouvaient plus communiquer par signes qu'en cachette, et bravaient ainsi les interdits en transmettant, illégalement la langue gestuelle tant dans les écoles que dans d'autres lieux d'instruction. Toute personne sourde surprise en train de pratiquer la langue des signes était brutalement punie. Les punitions consistaient en coups sur les mains, voire en versement d'acide dans les oreilles. Cette interdiction amena les personnes sourdes à se retrouver gravement sous-éduquées en sortant de l'école car l'enseignement ne se faisait plus que par la parole.

Il fallut attendre le début des années 1990 pour que soit levée l'interdiction de la pratique de la langue des signes et que soit autorisée l'éducation bilingue dans les écoles. Depuis 2003, la langue des signes de Belgique francophone est reconnue comme langue officielle par la Communauté française de Belgique. Depuis 2006, la Communauté flamande reconnaît également la *Vlaamse Gebarentaal* (VGT), langue des signes flamande, comme officielle.

1.2 Analyse phonologique de la LSFB

Dans cette section, nous allons effectuer une analyse phonologique [3], c'est-à-dire étudier les paramètres de la langue des signes. En effet, historiquement, c'est par l'étude des régularités phonologiques que les langues des signes ont pris place dans le champ disciplinaire de la linguistique.

1.2.1 Le lexique en LSFB

D'après C. Cuxac [14] il y a deux catégories de discours, ce qu'il appelle le *dire*, en langue des signes : d'une part celui du *dire en montrant* et, d'autre part, celui du *dire sans montrer*. Ainsi le lexique des signes se compose :

- de *signes iconiques* [4], liés au dire en montrant. Il s'agit de signes qui font partie du mime, utilisés afin de représenter, par exemple, un objet, un animal ou encore un paysage. Ces signes se basent, d'une part, sur l'iconicité dont les paramètres sont la configuration de la main, l'orientation de la paume et des doigts, le mouvement et sa localisation dans l'espace et, d'autre part, sur les structures de transfert ;

3. La phonologie cherche à dégager les principes qui régissent l'apparition et la fonction de ces sons dans les mots d'une langue particulière, où ils forment un système.

4. C. Cuxac définit l'iconicité d'image comme « *l'existence d'un lien de ressemblance direct, plus ou moins étroit, entre le référent et le signe qui s'y rapporte. [14]* »

- de *signes standards*, liés au dire sans montrer. Il s'agit de signes qui proviennent de la langue française ou qui en sont influencés. Bien souvent, il s'agit de prendre la première lettre du mot en français à laquelle on associe un mouvement qui est plus ou moins arbitraire. Par exemple, pour le signe "frère", on signe la lettre "f" avec les deux mains qui effectuent un mouvement particulier : répétition d'un mouvement latéral des mains vers l'intérieur puis vers l'extérieur. On retrouve également dans cette catégorie les signes inventés pour dénommer une personne, ce que l'on appelle les orthosignes qui sont bien souvent donnés en fonction du caractère ou du physique de la personne.

Nous allons maintenant détailler les paramètres du langage gestuel. Les signes de la langue des signes sont effectués grâce à la gestuelle à la fois des mains, du haut du corps, de la tête et du visage. L'orientation du signe, son emplacement, son mouvement, sa répétition et l'expression du visage contribuent donc à sa signification. La plupart des images utilisées pour l'illustration de cette section viennent du livre de J. Giot, J-C Schotte, D. Huvelle, *Surdité, Différences, Ecritures : Apports de l'anthropologie clinique* [24]. Nous aborderons ensuite la notion de structures de transfert.

A. Les paramètres du langage gestuel

Le langage gestuel peut être classé suivant quatre paramètres :
– la configuration de la main ;
– l'orientation de la paume et des doigts ;
– le mouvement de la main ;
– la localisation du mouvement.

Afin de mieux comprendre les différents paramètres, nous allons les détailler et les illustrer.

1. La configuration de la main

Généralement définie comme la forme de la main, la configuration peut être étudiée selon différents traits distinctifs :

(a) la position du pouce : étendu, croisé, contre la paume, en avant (avec ou sans contact) comme l'indique la Figure 1.2 ;

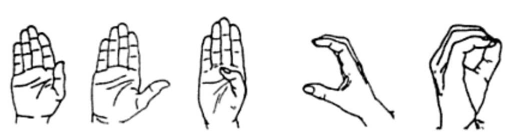


Figure 1.2 – Différentes positions du pouce [24]

(b) la position des autres doigts : leur nombre, ceux utilisés, leurs positions comme l'indique la FIGURE 1.3 ;

FIGURE 1.3 – Positions des autres doigts [24]

(c) l'écartement des doigts comme l'indique la FIGURE 1.4 ;

FIGURE 1.4 – Ecartement des doigts [24]

(d) la position des doigts par rapport à la paume de la main : droits, courbés, pliés, en contact comme nous le montre la FIGURE 1.5 ;

FIGURE 1.5 – Positions des doigts [24]

(e) le contraste d'un doigt avec les autres comme nous l'indique la FIGURE 1.6 : les doigts peuvent être compacts ou non.

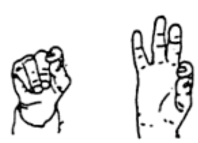


FIGURE 1.6 – Contraste d'un doigt avec les autres [24]

A l'aide de ces traits distinctifs, plusieurs centaines de formes manuelles peuvent être générées. Cependant, la plupart des signes se forment à partir d'une petite dizaine de configurations très fréquentes et d'environ une trentaine moins fréquentes. De plus, les signes peuvent être réalisés avec une main ou faire appel aux deux. Dans le second cas, on distingue les deux mains : celle qui a un rôle actif est appelée main dominante et l'autre est appelée main dominée [5].

5. De manière générale, la main dominante d'un signeur est la main avec laquelle il écrit.

2. L'orientation de la paume et des doigts

L'orientation de la main est aussi importante que sa position. Il s'agit de la position de la paume de la main par rapport à la personne qui signe (appelée signeur). Il y a six directions différentes de la paume de la main qui peut être orientée vers le haut, le bas, la droite, la gauche, vers soi ou encore devant soi. Ces directions peuvent varier durant l'exécution du signe.

Par exemple, la lettre *V* et le chiffre 2, illustrés par la FIGURE 1.7, ont une configuration de la main identique (index et majeur tendus et les autres doigts serrés) mais le premier est représenté paume vers l'interlocuteur tandis que le second se représente paume vers le signeur.

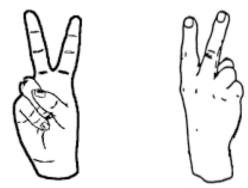


FIGURE 1.7 – Représentation de la lettre *V* à droite et du chiffre 2 à gauche

3. Le mouvement

Ce paramètre se compose d'un nombre limité de caractéristiques. On en dénombre cinq en tout :

(a) le nombre de mains actives : si les deux mains le sont, le mouvement de la deuxième peut alors être alterné, symétrique, parallèle ou conjoint ;

   La FIGURE 1.8 représente un mouvement alterné des deux mains signifiant le mot *concurrence.*

FIGURE 1.8 – Représentation du mot *concurrence* [24]

(b) le type de mouvement : rectiligne, courbe, circulaire, rotatif, pianotage des doigts ou encore répétition du mouvement ;

(c) la direction qui est associée à l'orientation des paumes et des doigts. Dans l'exemple de la FIGURE 1.9, le mouvement part du signeur vers son interlocuteur pour signifier le verbe directionnel *te donner*. Le même mouvement, réalisé dans la direction opposée, représente le verbe directionnel *me donner* ;

FIGURE 1.9 – Représentation du verbe directionnel *te donner* [24]

(d) la vitesse et l'intensité. Un mouvement pourra être effectué plus rapidement ou avec plus d'intensité qu'un autre, permettant ainsi de donner du relief au discours ;

(e) le mouvement incluant un changement éventuel de configuration de la main : ouverture, fermeture, etc. Comme nous l'avons vu, la configuration est un élément important ; cependant, tous les gestes ne sont pas fixés à une seule configuration et à un seul mouvement. Nous pouvons voir dans l'exemple de la FIGURE 1.10 que le mot *comprendre* commence par une configuration ouverte qui se referme au fur et à mesure du mouvement.

FIGURE 1.10 – Représentation du mot *comprendre* [24]

4. La localisation du mouvement

Il s'agit de l'emplacement - dans l'espace ou sur le corps - où le signe est articulé. Selon les chercheurs, il y aurait entre douze et trente emplacements possibles qui se divisent en trois catégories :

1. devant le signeur ;
2. sur ou à proximité du corps, de la tête, du visage du cou ou du tronc ;
3. sur ou à proximité de l'autre bras, du poignet ou de la main.

La FIGURE 1.11 représente quatre mots en langue des signes : *animal*, *avantage*, *important* et *inventer* avec, pour chacun, un emplacement différent.

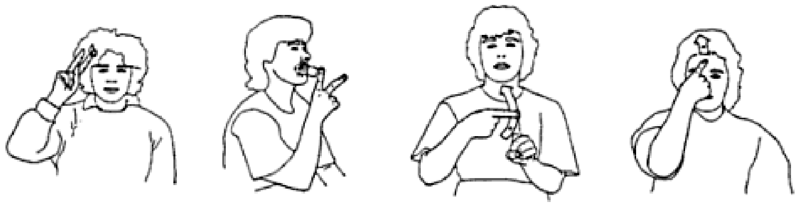


FIGURE 1.11 – Représentation des mots *animal*, *avantage*, *important* et *inventer* [24]

Etant donné que l'interlocuteur a besoin du contact visuel avec le signeur, la zone la plus pertinente pour signer est celle du visage-cou. En conséquence, le nombre de localisations pertinentes y sera beaucoup plus élevé.

5. Combinaison des paramètres du langage gestuel

En combinant les différents paramètres du langage gestuel et en interprétant leur iconicité [6], nous pouvons représenter les mouvements des différents mots qui composent la langue des signes francophone. Ainsi, nous pouvons par exemple représenter le mot "mer" comme l'indique la FIGURE 1.12 venant de [51] .

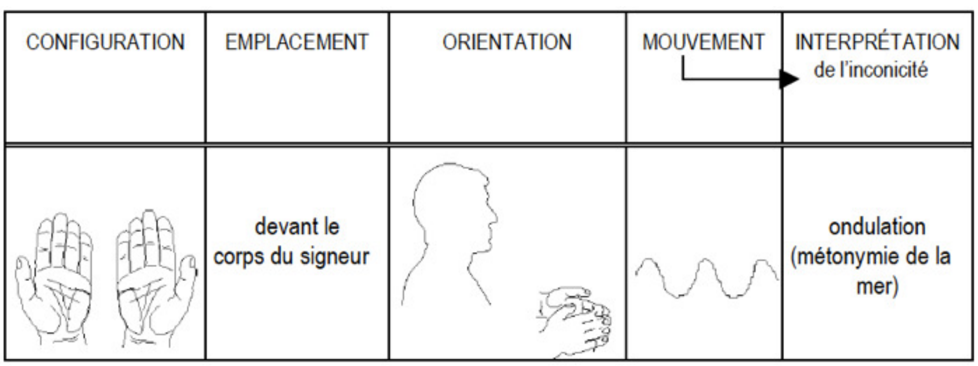


FIGURE 1.12 – Représentation du mot *mer*

Pour finir, nous informons le lecteur que le signeur signe de gauche à droite en utilisant l'espace comme pour lui. Son interlocuteur doit donc penser à l'inversion lorsqu'il reçoit le message.

6. En linguistique de la langue des signes, l'iconicité désigne le rapport de ressemblance entre le signe et l'objet qu'il désigne [22].

B. Les transferts

Le terme *transfert* est un terme utilisé par C. Cuxac [14] pour désigner les structures utilisées par les signeurs pour "dire tout en montrant". Lors d'un récit ou d'une histoire le signeur a recours, à des fins de visualisation, à l'iconicité et aux structures qui lui sont propres : les transferts personnels, les transferts situationnels et les transferts de taille ou de forme.

Nous allons définir ces différents transferts en les illustrant grâce à *L'Histoire des oiseaux* représentée par la FIGURE 1.13.

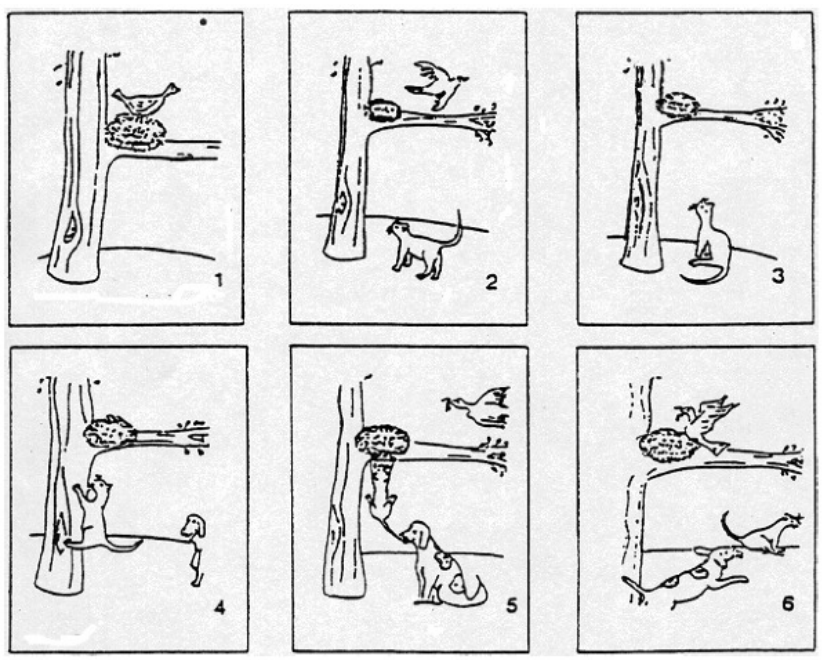


FIGURE 1.13 – Représentation de L'Histoire des oiseaux [34]

Les transferts situationnels (TS)

Lors de la narration d'un récit ou d'une histoire, le signeur, qui endosse alors le rôle de conteur, reproduit iconiquement avec ses mains des scènes en mimant le déplacement spatial d'un personnage du récit ou de l'histoire (l'oiseau, le chat et le chien), par rapport à un élément stable fonctionnant comme repère (l'arbre). L'élément stable est réalisé par la main dominée, tandis que la main dominante effectue le déplacement du personnage.

Ainsi, dans notre cas, le signeur donne la position de l'arbre qui est représenté par le bras de la main dominée placé à la verticale avec la main tendue et les doigts écartés. Ensuite, le signeur donne la position des animaux, par rapport à l'arbre, avec la main dominante en représentant les pattes de chacun grâce à ses doigts.

Les transferts de taille ou de forme (TTF)

Lorsqu'un signeur, dans la narration d'un récit, veut décrire la taille ou la forme des lieux, des objets ou encore des personnages, il utilise ce que l'on appelle des transferts de taille ou de forme. Il s'agit de signes que le signeur accompagne par des mimiques faciales et des mouvements indiquant si la forme signée par les mains est, par exemple, petite, grande, ronde ou encore plate.

Dans notre cas, le signeur indique la taille de chaque animal et précise leurs caractéristiques, telles que les taches que porte le chien, la taille du nid, la longueur du bec de l'oiseau, etc.

Les transferts personnels (TP)

Les transferts personnels permettent au signeur de rendre compte d'actions en train d'être effectuées ou subies par un personnage ou un objet se trouvant dans le récit. Il s'agit, pour le conteur de l'histoire, de représenter une autre personne ou un autre personnage en train d'accomplir une action. La prise de rôle est complète, ce qui signifie que le conteur devient le(s) héros de l'histoire en devenant le(s) personnage(s). L'utilisation de l'espace est fréquente lors de la narration, par exemple, d'un conte : le signeur change de point de référence en adoptant des postures ou des orientations différentes pour signifier le changement de personnage. Une règle importante est que le regard du signeur ne doit, en aucun cas, croiser celui des personnes à qui il raconte l'histoire ou le récit car le transfert personnel cesserait.

En ce qui concerne notre histoire, le signeur devient, à tour de rôle, l'oiseau quittant le nid, le chat arrivant près de l'arbre et y grimpant, le chien empêchant l'ascension du chat dans l'arbre, l'oiseau revenant dans son nid et, pour finir, le chien et le chat dans leurs courses-poursuites.

1.2.2 La grammaire en LSFB

A. La construction des phrases

Tout comme les phrases en langue française, les phrases en LSFB se construisent avec des sujets, des verbes et des compléments. Nous allons définir ces différents composants grâce aux définitions données par J. Jouison [27] [7].

- « ***Verbe** : signe exprimant une action* ». Toute notion d'action décrite en français peut trouver son équivalent en LSFB mais pas toujours sous la même forme. En effet, si nous prenons comme exemple le verbe *manger*, celui-ci s'effectue en portant une main à la bouche. Cependant, le signe sera différent suivant ce qui est mangé. Ainsi on ne mange pas des sushis comme on mange un sandwich. Le verbe s'effectuera donc en prenant en considération la nature de la nourriture.

7. Ces éléments sont également cités dans le mémoire de M. Cloix ([13], pp8-9).

- « ***Sujet*** *: forme de la main représentant globalement la personne, l'animal ou l'objet qui réalise cette action* ». Ainsi, par exemple, une personne est représentée par l'index et un objet par sa forme.

- « ***Déplacement*** *: mouvement typique qui existe dans les verbes dont la forme de la main représente le sujet dans sa totalité* ». Ainsi, si nous voulons signer la phrase, *Le cycliste pédale*, nous effectuons le mouvement des roues qui tournent, les pouces contre la paume de la main, les autres doigts tendus et écartés en effectuant un mouvement de rotation.

- Le **temps** peut être exprimé de trois manières différentes selon P. Jouison [27] :
  (a) « ***Temps*** *exprimé par l'ordre des signes dans la phrase et leur succession, indiquant l'ordre temporel des actions* ». L'ordre des signes n'est pas modifiable et c'est grâce à cela que se forme la syntaxe. Ainsi F. Duquesne-Belfais [18] précise que : « *Pour décrire une action, on indique tout d'abord le lieu, puis le temps, ensuite le sujet et enfin l'action. Cet ordre suit la logique de pensée visuelle qui entraine une mise en scène systématique de ce qui se dit : le décor est tout d'abord planté, les acteurs entrent ensuite en scène et l'action peut débuter...* »
  (b) « ***Temps*** *exprimé par un signe ou une expression temporelle en début de phrase* ». Dans un récit, on indique tout d'abord le moment où l'on parle avant d'en indiquer l'heure. Ainsi, si l'on veut signer que l'action se passait "à quatre heures de l'après-midi", on signera tout d'abord [après-midi] avant de signer [quatre heures].
  (c) « ***Temps*** *exprimé par un signe ou une expression immédiatement après un signe exprimant une action indiquant que celle-ci est terminée, se déroule ou va se produire.* »

B. L'expression du visage

La compréhension de la langue des signes englobe la prise en compte des expressions faciales du signeur qui sont également des éléments grammaticaux. En effectuant le parallèle avec la rhétorique des langues orales, ces expressions faciales tiendraient le rôle de l'intonation.

Ainsi, il faut principalement faire attention :

1. aux yeux et plus précisément à leur ouverture et à la direction du regard ;
2. aux sourcils qui peuvent être levés, froncés ;
3. aux joues et à la bouche qui peuvent être gonflées, plissées, arrondies ;
4. aux mouvements de la tête, des épaules et du tronc.

Le mouvement de la tête permet, par exemple, de différencier une phrase affirmative, caractérisée par l'acquiescement, d'une phrase négative, caractérisée par la protestation, ou encore d'une question ouverte [8], caractérisée par les sourcils levés.

A des fins de compréhension, nous représenterons les phrases en deux étages comme proposé par D. Huvelle [24] : le premier étage indiquant l'expression du visage et le second l'ordre des mots de la phrase en langue des signes.

Exemple 1.2.1
La phrase affirmative : "Marie est arrivée." devient en langue des signes

$$\frac{\textit{acquiescement}}{\textit{Marie - arriver - accompli}}$$

La phrase négative : "Marie n'est pas arrivée." devient en langue des signes

$$\frac{\textit{protestation}}{\textit{Marie - arriver - accompli}}$$

La question ouverte : "Est-ce que Marie est arrivée ?" devient en langue des signes

$$\frac{\textit{sourcils levés}}{\textit{Marie - arriver - accompli}}$$

Comme nous le montre l'exemple précédent, en terme de signes, les phrases sont identiques. Seule l'expression du visage permet d'en comprendre le sens.

1.2.3 Création de nouveaux signes

Aujourd'hui, la langue des signes de Belgique francophone (LSFB) est une langue en pleine évolution. Si le vocabulaire de base (celui de tous les jours) est bien présent, le vocabulaire spécifique [9] ne l'est pas encore totalement. En effet, de par son interdiction de presque cent ans, la langue des signes n'était pratiquée que de manière informelle dans les milieux familiaux. Il y a eu peu de développement de vocabulaire.

A. Pourquoi ?

Nous allons mettre en évidence les situations qui justifient la création de nouveaux signes. Les néologismes peuvent apparaitre, de manière éphémère (a) ou non (b), pour les raisons suivantes :

(a) Par des conventions entre interprètes, signeurs et la personne à laquelle ils s'adressent. Du vocabulaire éphémère peut donc être créé avant une conférence, par exemple, afin de la faciliter. Cette pratique est rare et nécessite que la personne connaisse relativement bien la langue des signes.

8. Une question fermée est une question dont la réponse est soit oui soit non tandis qu'une question ouverte peut admettre n'importe quelle réponse sauf oui et non et se caractérise par les sourcils froncés.

9. Le vocabulaire spécifique est le vocabulaire propre à une discipline particulière comme l'informatique, les sciences, l'économie, etc.

(b) (1) Pour parler de nouveaux objets qui n'existaient pas lors de la création de la langue. C'est le cas de beaucoup d'appareils électriques : webcam, iPhone, etc. Il a donc fallu créer des signes afin de pouvoir nommer ces objets.

(2) Pour parler de thèmes spécifiques comme, par exemple, l'informatique, la médecine ou l'astronomie ou encore les comptines pour enfants.

De plus, des personnes ayant besoin de vocabulaire pour s'exprimer entre elles créent des signes en fonction de leurs expériences. Les nouveaux mots/signes créés ne sont utilisés que par les personnes les ayant introduits car il n'ont du sens, bien souvent, que pour elles.

B. Comment ?

La langue des signes rencontre les mêmes obstacles de création lexicale que n'importe quelle autre langue orale. F. Jeggli précise dans son article ([26], p.118) que « *ces problèmes se résolvent d'une manière identique : soit par emprunt à des langues des signes étrangères ou bien à la langue dominante, en l'occurrence le français, par l'intermédiaire de la dactylologie*[10]*, soit par création intrinsèque d'un néologisme.* »

Lorsque les Sourds acquièrent un nouveau concept, ils créent assez rapidement un signe pour le dénommer. Cependant lorsqu'ils font face à une création spontanée d'un signe venant, par exemple, d'un interprète parlant d'un concept nouveau, ce signe leur est "imposé" dans un premier temps. Une fois le concept acquis, le signe aura ainsi peu de chance de perdurer et sera vite remplacé par un autre créé par les Sourds qui « *respectera le génie de la LSF* ».

Une procédure qui nous paraît pertinente en termes de création de signes est celle qui respecte et reproduit naturellement les étapes habituelles de la lexicalisation dans cette langue. Cette procédure, appellée processus de création et de stabilisation lexicale, est proposée par I. Fusellier-Souza dans [21] et se divise en quatre grandes étapes.

1. La première étape est celle de "l'iconicisation première" de la paraphrase iconique. Cette étape permet la généralisation d'un concept pour lequel il faut créer un signe en prenant en compte les spécificités ou les propriétés particulières de ce concept à l'aide des structures de grande iconicité[11] [14].

2. La deuxième étape est celle de la "bifurcation des signes vers la généricité". Cette étape amène une visée généralisante. Il s'agit de ne garder de l'étape précédente que les propriétés d'aspect général afin que le signe puisse correspondre au concept quelle que soit

10. « *La dactylologie ou alphabet des Sourds-Muets consiste à épeler totalement ou partiellement un mot de la langue écrite dans l'espace au moyen d'un code gestuel où chaque lettre est représentée par une forme spécifique de la main* ». ([26], p.118)

11. La grande iconicité est l'activation, dans le domaine du discours, d'une visée iconisatrice, lorsque la dimension "donner à voir" est présente.

sa spécificité.

3. La troisième étape est celle de "l'évolution économique du signe et de sa stabilisation avec conservation iconique" : le signe est soumis, dans le temps, aux contractions et au figement qui sont amenés par l'usage de celui-ci tout en maintenant une charge iconique. L'usage de cette nouvelle forme en entraine sa diffusion. Le signe peut également, avec le temps, se trouver modifié n'étant pas trouvé adéquat ou pertinent pour les personnes qui l'utilisent.

4. La dernière étape est celle de "la construction et de la convergence de nouveaux signes". Lors de cette étape, les signes qui sont devenus stables avec le temps peuvent servir à la création de nouveaux signes.

1.2.4 Evolution d'un signe

La langue des signes de Belgique francophone est vivante, comme toutes les langues humaines, et donc évolue avec le temps.

Elle évolue suivant les besoins de ses utilisateurs, mais également suivant la Communauté des Sourds et les autres pratiquants de la langue. Mais comment un signe évolue-t-il ?
Pour terminer cette partie sur la phonologie, nous allons énoncer les tendances qui ont fait et qui font toujours évoluer la langue des signes.

Ces tendances sont principalement celles qui suivent et sont tirées de [44] :

- des mots qui sont composés de plusieurs signes se voient réduits généralement à un seul signe ;
- des signes peuvent fusionner avec le temps afin que les gestes deviennent plus rapides et fluides ;
- des signes trop fastidieux peuvent être modifiés afin de devenir plus pratiques à réaliser ;
- des signes se font à des emplacements différents par rapport à la position d'origine pour plus de facilité dans le mouvement ;
- des signes subissent une modification car, par exemple, les objets qu'ils traduisent, ont été modifiés ou ont évolué avec le temps.

1.3 Non-universalité de la langue

Il est vrai que nombre de personnes croient que la langue des signes est une langue universelle. Cependant, contrairement à la croyance populaire, elle ne l'est pas. Mais alors comment deux personnes sourdes de communautés différentes arrivent-elles à communiquer ? A. Bonucci explique dans sa thèse ([5], p.20) que ces personnes utilisent un système appelé la pantomime qu'il définit comme suit : « *Il s'agit d'une sorte de mime où les gestes sont très descriptifs des situations ou des idées qu'ils sont censés transmettre. Au cours d'une pantomime on peut identifier des signes appartenant clairement à l'une ou l'autre des langues, ce qui conforte l'illusion d'un système linguistique unique* ».

Tout d'abord, l'iconicité joue un grand rôle dans cette non-universalité. En effet, pour signer un objet, les signeurs des différentes langues ont choisi tel ou tel élément iconique en rapport avec leur environnement direct. Afin d'illustrer nos propos, nous reprenons un exemple de D. Bouvet tiré de la thèse de A. Bonucci ([5], pp21-22) : « *Ainsi, pour désigner l'objet "cheval", le signe anglais retient du code de reconnaissance de cet objet des traits relatifs au mouvement que l'on peut faire avec celui-ci. Il s'agit d'une représentation métonymique : le geste de tenir les rênes est dans un rapport existentiel avec l'objet "cheval". Quant au signe français, il fait voir à un emplacement particulier du corps, une forme figurée par les index. La localisation de ceux-ci sur le front donne à l'image ainsi produite une force évocatrice : par une métonymie du lieu, les index suggèrent fortement des oreilles. Ces dernières, par représentation synecdochique – la partie valant pour le tout –, donnent une image du référent "cheval"* ». Ces signes sont représentés pas la FIGURE 1.14

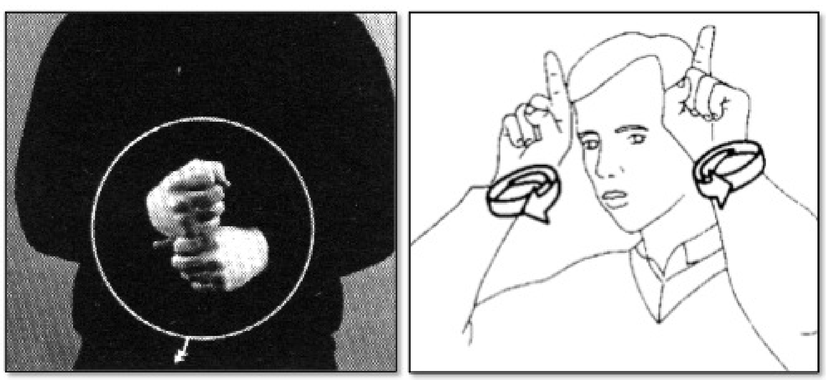


FIGURE 1.14 – Représentation du mot *cheval* en langue des signes d'Angleterre (à gauche) et en langue des signes française (à droite) repris de [5]

Ensuite, certains signes standards de la LSFB signés par la première lettre du mot en français n'auraient pas de signification dans d'autres langues des signes. Par exemple, pour le mot "frère", signé avec la lettre "F" en LSFB à laquelle on donne un mouvement particulier, il est évident qu'il ne conviendrait pas en anglais, car le mot "brother" ne commence pas par un "F". Il en est de même en italien, grec, espagnol, allemand, etc.

Enfin, la non-universalité de la langue vient également de l'interdiction des langues des signes dans les établissements scolaires l'ayant fait entrer, à l'époque, dans la clandestinité. En effet, mise à part l'utilisation « cachée »de la langue des signes par les enfants sourds dans la cour de récréation, elle n'était utilisée qu'au sein du foyer familial des familles sourdes. Il n'y avait ainsi plus de contrôle par les instances officielles sur la diffusion de nouveaux signes qui étaient cependant rapidement propagés à travers les Communautés de Sourds. En Wallonie, il n'y a actuellement pas moins de sept variantes provenant des différentes écoles pour enfants sourds : Berchem-Sainte-Agathe, Bruxelles-Ville, Bouges, Ghlin, Liège, Uccle et Woluwe. Il y a cependant une tendance à rassembler les divers signes formant ces différents fragments de la langue et à revenir à une homogénéité de celle-ci.

Bien évidemment, cette fragmentation de la langue a touché les autres pays d'Europe victimes du Congrès de Milan (interdiction de la pratique de la langue des signes). Il existe donc un très grand nombre de langues des signes. Mais en dépit de leurs différences, la compréhension et la communication s'établissent rapidement entre deux personnes maîtrisant leur propre langue. Cette compréhension est, comme nous l'avons déjà mentionné, due à des bases communes de la langue, à une proximité syntaxique et l'existence de structures très iconiques.

1.4 En dehors de la langue des signes...

Comme nous l'avons déjà mentionné, la LSFB est une langue à part entière puisqu'elle possède son propre vocabulaire et sa propre grammaire. D'autres moyens de communication sont utilisés sans qu'ils ne soient qualifiés de langues : le français signé et le langage parlé complété.

1.4.1 Le français signé

Le français signé ne constitue pas une langue mais est plutôt considéré comme un moyen de communication car il ne fait que traduire, à l'aide d'un vocabulaire signé approprié, une phrase énoncée en français en gardant la syntaxe linéaire de la langue française. De manière générale les personnes sourdes ne l'utilisent que très rarement comme, notamment, pour s'adapter à un interlocuteur entendant qui a un faible niveau en langue des signes ou encore à des fins explicatives à destination des enfants sourds afin qu'ils comprennent la manière dont fonctionne le français écrit.

Exemple 1.4.1
La phrase : "J'aime les voitures bleues." devient en langue des signes

$$\frac{\textit{acquiescement}}{\textit{Voitures bleues - Moi - Aimer}}$$

Tandis qu'en français signé, cela se traduit par

$$\overline{\textit{Moi - Aimer - Voitures bleues}}^{\textit{acquiescement}}$$

1.4.2 Le langage parlé complété

Le langage parlé complété (LPC) est un outil de communication et une aide à la lecture des indices labiaux d'une langue vocale. Il est constitué de deux éléments : la lecture labiale complétée par un code manuel autour du visage. Le code est d'une grande aide pour différencier des sons ayant une même lecture labiale. Ainsi, les sons produits par les lettres P, M et B sont identiques si on ne fait que regarder le mouvement des lèvres, donc les mots *pain*, *main* et *bain*, se prononçant respectivement $[\mathrm{p}\widetilde{i}]$, $[\mathrm{m}\widetilde{i}]$ et $[\mathrm{b}\widetilde{i}]$, le sont également. De plus, certaines lettres sont invisibles sur les lèvres, comme par exemple K et R. C'est pourquoi il faut compléter la lecture labiale par le langage parlé complété. La FIGURE 1.15 nous indique schématiquement et à titre d'information les règles du LPC.

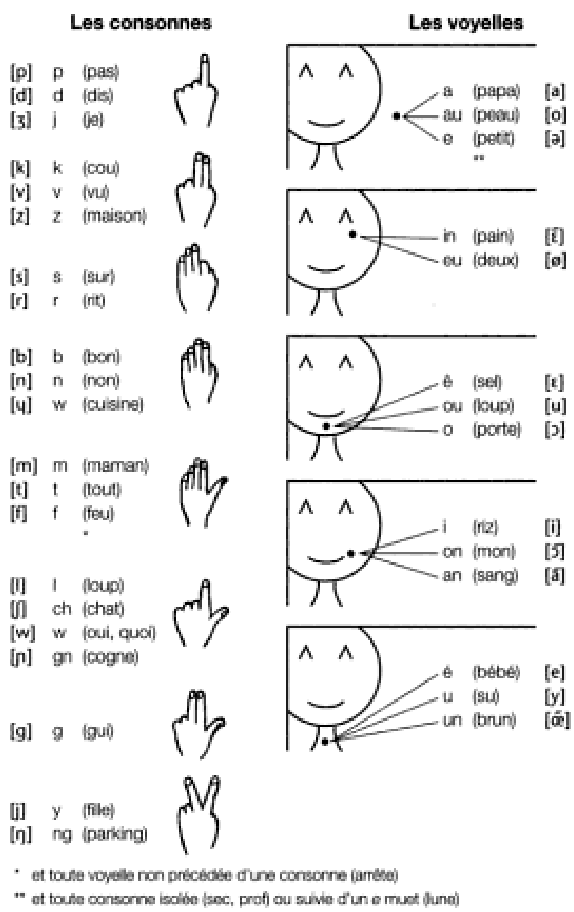


FIGURE 1.15 – Les règles du langage parlé complété [29]

Comme nous l'avons indiqué au début de ce chapitre, nous venons de donner les premiers pas en langue de signes de Belgique francophone (LSFB) principalement pour les mathématiciens pour qui ce mémoire est destiné. Cependant, il ne s'agit que d'une brève introduction, simplifiée, à cette langue, afin que le lecteur puisse avoir une idée de son histoire mais également de son fonctionnement. Dans le chapitre suivant, nous allons nous centrer sur l'apprentissage des enfants sourds, sur les profils d'élèves que peut rencontrer un enseignant, mais également sur les types d'enseignement auxquels les enfants sourds ont droit.

Chapitre 2

La scolarisation des élèves sourds

"Je vois comme je pourrais entendre. Mes yeux sont mes oreilles.
J'écris comme je peux signer. Mes mains sont bilingues.
Je vous offre ma différence. Mon coeur n'est sourd de rien en ce double monde."

Le cri de la mouette, 1994 - Emmanuelle LABORIT -

Après avoir donné les premiers pas en langue des signes dans le chapitre précédent, nous allons nous concentrer, dans ce chapitre, sur les types d'enseignement qui peuvent être prodigués à des élèves sourds en Belgique. Mais avant de parler d'enseignement, il est important de savoir à qui il s'adresse. Nous dresserons donc les différents profils que peuvent revêtir les élèves sourds ou malentendants.

2.1 Différents types de surdité

Un élève sourd est avant tout un élève comme les autres, avec sa propre personnalité et présentant les mêmes besoins fondamentaux qu'un élève entendant. Cependant, les élèves sourds se différencient entre eux par leur degré de surdité, leur gain prothétique [1], la date d'apparition de leur surdité ou encore leur accès au français (par exemple, via le langage parlé complété (LPC)). Dans cette section, nous allons dresser une schématisation des profils des élèves sourds auxquels un enseignant peut se voir confronté.

Etre sourd ne signifie pas ne rien entendre

Le Bureau International d'Audiophonologie (BIAP) a établi une classification de la surdité suivant différents degrés que nous avons repris dans la Table 2.1 venant de [4]. Le critère actuel permettant de classer les niveaux de surdité dépend de la perte auditive moyenne sur la meilleure oreille d'une personne (ne possédant pas d'aide auditive).

1. Les gains prothétiques sont les bénéfices tirés par l'individu de ses implants ou de ses appareils auditifs..

La surdité d'une oreille est donc exprimée par les pertes de l'audition à trois fréquences particulières : 500 Hz, 1000 Hz et 2000 Hz. Cette perte auditive (en décibels) est donnée par la formule suivante tirée de [39] :

$$\text{Perte} = \frac{\text{perte à } 500Hz + \text{perte à } 1000Hz + \text{perte à } 2000Hz}{3}$$

Surdité	**perte en dB**	**Effets de la surdité**
légère	entre 25 et 40	• Parole perçue à voix normale • Gêne à voix basse • Perception de la plupart des bruits familiers
moyenne	entre 41 et 70	• Parole perçue à voix haute • Bruits familiers perçus
sévère	entre 71 et 90	• Parole perçue à voix très haute et près de l'oreille • Seuls les bruits forts sont perçus
profonde	entre 91 et 120	• Aucune perception de la parole • Seuls les bruits très puissants sont perçus
totale	excède 120	• Rien n'est perçu

TABLE 2.1 – Degrés de surdité

Afin de comprendre à quoi correspondent ces différentes valeurs, nous donnons quelques niveaux sonores de référence suivant le niveau d'audition et la fréquence qui sont présentés par le spectre de la FIGURE 2.1. Remarquons que l'ensemble des sons que l'on rencontre lors d'une conversation sont représentés par une forme particulière appelée la "banane vocale". « *La banane vocale indique le seuil de l'intensité et de la hauteur tonale de la plupart des sons conversationnels qui sont produits lorsqu'une personne mène une conversation normale.* »([50], p.7)

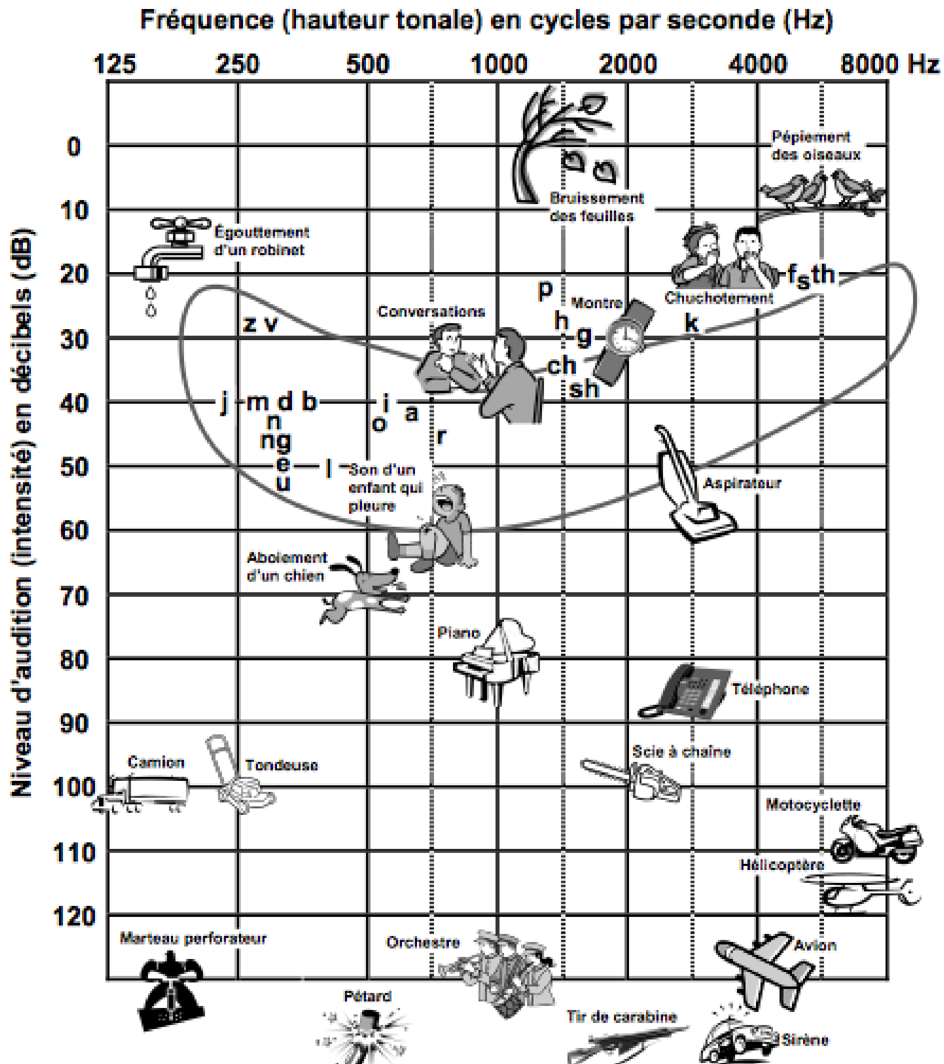


FIGURE 2.1 – Spectre des fréquences de sons connus [50]

La surdité totale est rare. La majorité des Sourds possèdent des *restes* auditifs plus ou moins importants. Ainsi, un sourd léger entendra qu'une personne lui parle mais regardera ses lèvres pour comprendre ; un sourd moyen entendra quelqu'un crier mais ne le comprendra pas ; un sourd sévère sentira les vibrations de quelqu'un qui lui parle fort à l'oreille ou encore percevra celles d'une musique.

Il ne faut cependant pas confondre *entendre* et *comprendre*. Le son n'est pas synonyme de langage. Ce n'est pas parce que nous percevons les sons émis par une voix que nous comprenons ce qui a été dit. Si l'on prend le cas de l'enfant sauvage [33] par exemple, celui-ci entendait certainement ce qui avait été dit oralement par des personnes autour de lui sans toutefois en comprendre la signification, la compréhension n'étant pas innée et provenant de référents : l'expérience, l'apprentissage, la perception, etc.

Une prothèse auditive ne remplace pas l'audition

Pour aider certaines personnes sourdes à améliorer leur audition, il existe principalement deux types de prothèses auditives : les implants cochléaires et les appareils auditifs.

1. Les implants cochléaires sont des implants électroniques augmentant le niveau d'audition d'une personne atteinte de surdité profonde ou sévère ou encore souffrant d'acouphènes. Il s'agit d'électrodes posées lors d'un acte chirurgical. Ces électrodes permettent de stimuler directement les terminaisons nerveuses de l'audition.
2. Les appareils auditifs sont des appareils qui ont pour but de compenser la perte auditive en amplifiant les sons environnants afin qu'ils soient mieux perçus par l'oreille. Les appareils sont constitués de deux postes : l'un placé sur la personne qui parle, en l'occurrence le professeur, ayant le rôle de micro à transmission FM, d'une portée de 50 mètres, permettant au son émis par la personne qui parle d'être directement transmis à l'autre appareil porté par la personne écoutant, dans notre cas, l'élève.

D'après L'INPES [25] [2] : « *une prothèse auditive ne restitue jamais une audition normale : elle permet à l'enfant d'entendre certaines informations sonores et de contrôler sa voix de façon plus ou moins efficace en fonction de sa surdité* ».

La lecture labiale ne remplace pas l'audition

Certaines personnes sourdes compensent leur manque d'audition par le déchiffrage des sons selon le mouvement des lèvres. Cependant, la lecture labiale ne restitue pas la totalité de ce qui est dit par l'interlocuteur car les conditions favorables ne sont pas toujours présentes (être en face de l'interlocuteur, avoir une bonne visibilité de ses lèvres, ne pas être distrait par d'autres facteurs environnants, etc). D'après F. Duquesne-Belfais ([18], p.207) : « *Il (l'accès au message délivré par l'interlocuteur oralisant* [3]*) requiert des capacités hors normes et/ou un entrainement coûteux : en effet, seulement environ 30% du message peut être compris par un très bon lecteur labial, ce qui implique des capacités d'inférence et de suppléance mentale très importantes de la part des interlocuteurs sourds.* »

Lorsque l'on se trouve dans le milieu scolaire avec des enfants en apprentissage, la proportion de message perçu diminue. F. Duquesne-Belfais ([18], p207) ajoute : « *En ce qui concerne un enfant en situation d'apprentissage, cet effort cognitivement épuisant, non seulement se fait au détriment de la compréhension du contenu des connaissances transmises, mais de plus, la suppléance mentale consiste principalement à anticiper, d'après le contexte, sur le sens de ce qui va être dit ; ce qui est un non-sens en situation d'apprentissage car, par définition, apprendre ce n'est pas encore savoir* ». D'après l'auteur, les conditions en classe, échanges entre les élèves mais également entre le professeur et les élèves, permettent à l'élève sourd de

2. Institut National de Prévention et d'Education à la Santé. Citation reprise également dans la thèse de F. Duquesne-Belfais ([18], p.203).

3. Termes ajoutés par nous

ne percevoir que 10% du message transmis.

Les élèves sourds ne possèdent donc pas les mêmes armes (degrés différents de surdité, appareillages différents,...). Lorsqu'on enseigne à des élèves sourds, les besoins éducatifs seront donc particuliers pour chacun.

2.2 Différents types d'enseignement

Nous comprenons donc que la possibilité pour les élèves sourds de suivre un enseignement secondaire exclusivement audio-oral est limité. Cependant, il est indispensable de prendre en compte le fait que, dans une région francophone, la langue française reste la langue écrite des apprenants sourds. C'est pourquoi différents types d'enseignement existent en Belgique pour les enfants sourds. Il y en a principalement trois : l'enseignement spécialisé de type 7, l'intégration scolaire et l'enseignement bilingue. Dans cette section, nous allons les détailler, puis nous donnerons l'enjeu que représente chaque situation scolaire du point de vue de l'enseignement des mathématiques.

2.2.1 L'enseignement spécialisé de type 7

L'enseignement spécialisé est un enseignement permettant d'accompagner les élèves ayant un handicap, une déficience ou encore des difficultés en développant leur épanouissement personnel mais également leur intégration qu'elle soit sociale ou professionnelle. Chaque élève se trouvant dans l'enseignement spécialisé y évolue à son propre rythme, tout en disposant d'une aide individuelle ainsi que d'un encadrement pédagogique. De plus, les élèves sont également accompagnés par du personnel social, paramédical et psychologique afin que chaque élève puisse réaliser son parcours scolaire selon ses possibilités et ses besoins. Pour finir, l'enseignement spécialisé se doit, comme pour l'enseignement ordinaire, de poursuivre les objectifs et missions de l'enseignement.

Il existe sept types d'enseignements spécialisés [4] pour l'enseignement secondaire qui diffèrent suivant le type de handicap de l'élève. Ainsi, d'après le décret de l'enseignement spécialisé de mars 2004 ([7]), « *Le type 7 de l'enseignement spécialisé est destiné aux élèves qui, pour cause de surdité ou d'hyperacousie, nécessitent régulièrement des soins médicaux et/ou l'emploi de méthodes orthopédagogiques.* »

La méthodologie de l'enseignement spécialisé est de développer avec chaque élève un plan individuel d'apprentissage. Celui-ci est défini par le conseil de classe mais aussi par les parents.

4. Le lecteur pourra trouver en Annexe *A* un tableau reprenant les différents types de l'enseignement spécialisé.

Afin de tenir compte des besoins personnels de chaque élève, l'enseignement secondaire spécialisé est organisé selon quatre formes [58] dans lesquelles peut se retrouver l'enseignement de type 7 :

« 1. Forme 1 : *l'enseignement d'adaptation sociale vise une formation sociale rendant possible l'insertion en milieu de vie protégé.*

2. Forme 2 : *l'enseignement d'adaptation sociale et professionnelle vise à donner une formation générale et professionnelle pour rendre possible l'insertion en milieu de vie et/ou travail protégé.*

3. Forme 3 : *l'enseignement professionnel vise à donner une formation générale, sociale et professionnelle pour rendre possible l'insertion socioprofessionnelle.*

4. Forme 4 : *l'enseignement général, technique et professionnel correspond à l'enseignement ordinaire avec un encadrement différent, une méthodologie adaptée et des outils spécifiques.* »

Ces formes permettent de prendre en compte les besoins personnels de chaque élève. Les élèves doivent avoir le temps, propre à chacun, d'acquérir les compétences-seuils qui leur sont demandées et donc l'acquisition de matière n'est pas privilégiée. Les programmes de cours sont, par conséquent, différents de ceux de l'enseignement ordinaire. Toutefois, l'enseignement de forme 4 que peuvent prendre les élèves de type 7 est similaire à l'enseignement ordinaire (mêmes structures, programmes, horaires, conditions de passage, etc). Il est rendu possible grâce à des méthodologies adaptées et des outils spécifiques adaptés à chaque élève. Les élèves disposent donc d'un accompagnement et d'un encadrement propre à chacun.

Cependant, l'enseignement de forme 4 est très peu organisé car il existe peu d'écoles pour le dispenser. Ce manque entraine deux inconvénients majeurs : d'une part, les élèves sont dans l'obligation d'aller dans des écoles loin de chez eux (internat, longs trajets, etc) et, d'autre part, ils peuvent être redirigés vers une autre forme d'enseignement. Ces deux inconvénients se répercutent sur l'apprentissage et, en ce qui nous concerne, sur l'apprentissage des mathématiques. Ces élèves, pourtant aptes à recevoir un enseignement ordinaire, n'ont pas la chance d'acquérir les compétences nécessaires en mathématique.

Afin d'éviter cela, il est possible pour tous les élèves, quel que soit leur type, de demander à être intégrés dans l'enseignement ordinaire via l'intégration scolaire. Pour ce qui est des élèves relevant du type 7 de l'enseignement spécialisé, ils peuvent demander à suivre un enseignement bilingue français - langue des signes.

2.2.2 L'intégration scolaire

La Communauté française a créé un projet d'intégration des élèves, que l'on appelle aujourd'hui "élèves ayant des besoins spécifiques [5]"[7], de l'enseignement spécialisé dans l'enseignement ordinaire. Le décret de la Communauté française du 5 février 2009 modifié le 3 mars 2014 [7] précise le cadre légal de cette intégration ainsi que les moyens mis en place pour sa réalisation. Ce décret stipule que tous les enfants ayant des besoins spécifiques (tous types de handicap) peuvent suivre les cours de l'enseignement ordinaire.

D'après Gérard Bless [6], l'intégration scolaire se définit comme : *« l'enseignement d'enfants en situation de handicap et d'enfants dits normaux dans le cadre de classes ordinaires tout en leur apportant le soutien nécessaire (pédagogique et thérapeutique) pour faire face aux besoins spécifiques, dans leur environnement, sans avoir recours à la séparation scolaire. L'intégration est une mesure pédagogique qui est appliquée en garantissant une prise en charge adéquate et <u>individuelle</u> [7] de tous les enfants. Elle a pour but une intégration optimale dans notre société. »*

Il existe quatre types d'intégration prévus par ce décret. Le principe de l'enseignement par intégration est de placer l'enfant déficient ou handicapé en immersion dans une classe ordinaire avec un accompagnement de quatre heures par semaine grâce à l'aide individuelle ou personnelle d'un accompagnant.

1. *L'intégration permanente totale : l'enfant suit tous les cours de l'enseignement ordinaire mais bénéficie de l'aide d'un accompagnant assuré par l'enseignement spécialisé.*
2. *L'intégration permanente partielle : l'enfant suit une partie des cours de l'enseignement ordinaire mais est inscrit dans l'enseignement spécialisé et peut bénéficier de l'aide d'un accompagnant assuré par l'enseignement spécialisé ou d'un interprète.*
3. *L'intégration temporaire totale : l'enfant est inscrit dans l'enseignement spécialisé mais il suit tous les cours de l'enseignement ordinaire durant une partie de l'année scolaire.*
4. *L'intégration temporaire partielle : l'élève inscrit dans l'enseignement spécialisé suit une partie des cours dans l'enseignement ordinaire durant une partie de l'année scolaire.*

Dans le cas d'élèves sourds ou malentendants, l'apprentissage des mathématiques comme l'apprentissage de toute autre discipline peut s'avérer difficile. En effet, comme nous l'avons mentionné, ils ne disposent que d'une aide hebdomadaire de quatre heures. Cependant, un élève sourd ou malentendant l'est en permanence et pas seulement quatre heures par semaine.

5. Ces termes sont aujourd'hui préférés à "élèves en situation de handicap ou malades"
6. Définition reprise de la thèse de doctorat de Sermier Dessemontet R. ([36], p.57)
7. Terme souligné par nous

S'il ne dispose pas d'une aide, par exemple d'un interprète, à tout moment, il lui sera difficile de prendre note tout en se concentrant sur le message que l'enseignant lui transmet. De plus, si l'enseignant ne se trouve pas face à lui en permanence, l'élève perdra une grande partie du message. Il en est de même avec ses camarades de classe ; il ne pourra pas être attentif à tout ce qui l'entoure. Cela aura pour conséquence un travail important de la part de l'élève sourd ou malentendant. Il se sentira découragé, isolé et submergé par la matière alors qu'en réalité ce n'est pas la matière qui lui pose problème mais la communication qu'il a avec l'enseignant et ses camarades de classe.

2.2.3 L'enseignement bilingue

L'enseignement bilingue français - langue des signes relève, quant à lui, du décret de la Communauté française du 17 octobre 2013 ([8], p.1). Ce décret définit ce qu'est une classe bilingue : *« une classe au sein de laquelle une partie des élèves bénéficie d'un enseignement en langue française pendant que simultanément des élèves sourds ou malentendants bénéficient d'un apprentissage en immersion en langue des signes et en français écrit. »*

L'objectif principal est de construire le bilinguisme pour les élèves sourds avec un enseignement oral en LSFB et un enseignement écrit en français afin que les élèves aient accès aux mêmes compétences que leurs camarades entendants.

Cet enseignement suit les programmes de cours de l'enseignement ordinaire et la classe est tenue simultanément par deux enseignants, l'un s'exprimant en langue française, l'autre en langue des signes. Contrairement à l'enseignement par intégration, l'élève ne dépend pas de l'enseignement spécialisé ; il ne dépend pas d'une aide individuelle extérieure et limitée. Les élèves sourds ou malentendants ont donc un enseignant à temps complet concentré sur leurs apprentissages. Cet aménagement permet aux élèves de disposer d'une langue de travail confortable afin de pouvoir représenter les connaissances mathématiques et les généraliser à d'autres situations quelle que soit leur langue de référence (LSFB ou français). Il est donc important que les enseignants de classes bilingues développent l'apprentissage de la LSFB ainsi que l'apprentissage du français écrit. Cet enseignement permet aux élèves sourds ou malentendants d'être bien intégrés dans leur classe, chaque interaction leur est transmise afin qu'ils soient tenus au courant de ce qui se passe. De plus, le fait d'avoir un enseignant bien à eux leur permet de suivre les cours sans perdre une partie du message transmis par l'enseignant.

Lors de l'élaboration des leçons, les deux enseignants se concertent au préalable pour la matière à enseigner, l'un en français et l'autre en LSFB. De plus, dans une classe bilingue, un élève entendant peut bénéficier de l'aide visuelle fournie par l'enseignant signant en plus des explications orales et écrites de l'autre enseignant. De même un élève sourd peut bénéficier des indications écrites de l'enseignant s'exprimant en français puisque la matière enseignée, en plus des explications données par le professeur signant, est la même.

Nous présentons ci-après un enseignement bilingue ayant lieu dans une école de Namur ; la Communauté scolaire Sainte-Marie.

L'enseignement bilingue à la la Communauté scolaire Sainte-Marie de Namur

La Communauté scolaire Sainte-Marie de Namur est une école francophone belge assurant un enseignement ordinaire à tous les niveaux : en maternelle, primaire et secondaire. Cette école, à l'initiative de l'ASBL Ecole et Surdité, propose un enseignement bilingue pour les élèves sourds ou malentendants.

Nous reprenons ci-dessous le projet de l'ASBL Ecole et Surdité rattachée à l'école [46] :

« *Le décret de 1998 de la Communauté française a rendu légal l'apprentissage par immersion en langue des signes pour l'acquisition des socles de compétences définis dans l'article 10 du décret de 1997. Un décret de janvier 2009 en a précisé les conditions de financement.*

L'institut Sainte-Marie à Namur a inscrit un tel apprentissage dans son projet d'établissement depuis presque 10 ans.

Ecole et Surdité crée un enseignement "bilingue-biculturel" : des groupes d'élèves sourds intégrés dans un milieu entendant, l'acquisition des deux langues (langue des signes - français) en situation naturelle et, enfin, l'obtention d'une formation comparable à celle des entendants.

Le projet tend à assurer aux enfants sourds et malentendants une intégration dans l'école semblable à celle qui sera la leur dans la société : une minorité sourde dans une majorité entendante où chacune des deux parties est reconnue par l'autre dans ses différences et ses similitudes. Les enfants y sont donc sensibilisés dès l'entrée à l'école. Chaque enfant, sourd ou entendant, utilise hors cours la langue qui lui vient spontanément mais les occasions lui sont données pour l'acquisition de la langue des signes et de la langue française.

Quand on sait que 95% des enfants sourds ou malentendants sont issus de familles entendantes, l'école est, pour eux, le principal et parfois le seul milieu d'accès précoce et naturel à la langue des signes. En ce qui concerne les enfants sourds issus de familles sourdes, l'école peut être leur principal accès vivant au français. »

Depuis la rentrée 2010, l'enseignement bilingue a également été mis en place dans le secondaire pour les adolescents sourds ou malentendants ayant obtenu un certificat d'études de base (CEB) après avoir suivi soit un enseignement bilingue à Sainte-Marie dans le primaire, soit un cursus dans l'enseignement primaire ordinaire.

Pour chaque niveau, du prématernel au secondaire, un enseignant signant (entendant ou non) ou un interprète, travaille en collaboration avec l'enseignant entendant francophone afin qu'ils organisent conjointement le même cours.

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principaux profils des élèves sourds auxquels un enseignant peut être confronté. De plus, nous avons présenté les différents types d'enseignement que peuvent recevoir ces élèves. Dans le chapitre suivant, nous aborderons le cadre de recherche dans lequel s'est déroulé notre mémoire. Nous expliciterons la méthodologie que nous avons mise en place et nous présenterons la problématique que nous avons choisi d'aborder.

Deuxième partie

Cadre de recherche et premiers pas en didactique

Chapitre 3

Cadre de recherche

Ce chapitre nous permet de décrire le cadre de recherche autour duquel s'est construit ce mémoire en didactique des mathématiques. Nous y présentons la problématique étudiée mais avant cela, la méthodologie qui nous a permis d'organiser nos recherches.

3.1 Méthodologie de travail

3.1.1 Phase de réflexion

Ce mémoire nous a conduits à nous intéresser tout d'abord à l'enseignement des mathématiques en langue de signes de Belgique francophone (LSFB). L'idée première de ce mémoire était d'établir un lien entre la didactique des mathématiques et la langue des signes. Toutefois, nous ne savions pas précisément quelles allaient être les questions auxquelles nous allions devoir répondre. Afin d'établir ce lien, il était nécessaire de prendre des contacts avec des personnes ayant des compétences en langue des signes de Belgique francophone.

Dans le courant du mois d'avril 2013, nous avons pris contact avec l'école secondaire organisant un enseignement bilingue français - LSFB : la Communauté scolaire Sainte-Marie de Namur. Nous avons rencontré un professeur signant assurant les cours de mathématique en LSFB dans les classes bilingues. Grâce à ce premier contact, nous avons pu observer deux classes différentes : une classe de troisième année générale de transition pendant une heure dans laquelle se trouvait un élève malentendant appareillé et une classe de première année du tronc commun dans laquelle se trouvaient cinq élèves sourds ainsi qu'une élève entendante dont les parents étaient sourds. Suite à ces observations, nous nous sommes entretenus avec le professeur signant afin qu'il nous explique la manière dont est organisé un enseignement bilingue français - LSFB (détaillé dans le chapitre 2). Nous avons appris que le vocabulaire en LSFB pour le domaine des mathématiques était quasi inexistant et qu'il était donc créé et testé avec ses classes par l'enseignante signante. Les cours de mathématique pour les élèves sourds étaient donc axés sur deux points : l'enseignement des mathématiques et l'acquisition de la langue des signes dans ce domaine particulier. Il est proposé aux élèves sourds, en plus de la matière du cours, des exercices d'entrainement afin d'acquérir le vocabulaire mathématique au point de vue de la LSFB mais également au point de vue du français (principalement l'orthographe).

Ces observations et entretiens avec le professeur signant nous ont amenés à soulever un certain nombre de questions sur lesquelles il pourrait être intéressant de se pencher.

- Mis à part la langue, qu'est-ce qui diffère entre l'enseignement des mathématiques en français de celui en langue des signes ?
- A quoi doit-on être attentif lorsqu'on enseigne les mathématiques en langue des signes ?
- Existe-t-il un répertoire de signes en LSFB dans le domaine des mathématiques ?
- Si un tel répertoire existe, quels en sont les manques ?
- Etant donné un domaine mathématique particulier, quels sont les concepts mathématiques pour lesquels il faudrait introduire un signe ? Dans un lexique spécifique ?
- En ce qui concerne les élèves entendants partageant la classe des élèves sourds, un environnement bilingue (français - LSFB) favorise-t-il l'apprentissage de concepts mathématiques ?
- Comment faciliter le passage d'un signe représentant une notion mathématique (très iconique) à sa transcription en langage français écrit ?
- Dans les différentes phases à prendre en considération pour l'introduction d'un concept mathématique, il y a aussi la question de l'évaluation (qui implique des consignes claires, correctes, non transparentes). Or, les questions sont souvent réfléchies et posées en français, alors qu'il y a une différence de logique entre les deux langues (français - LSFB). Que faut-il mettre en place pour pouvoir évaluer les élèves sourds ?
- Quand un signe relevant de la discipline mathématique est proposé par l'enseignant, comment les élèves se l'approprient-ils ; le modifient-ils ? Comment vit le signe, son évolution, sa 'contraction' ?

Nous avions conscience que toutes ces questions, bien qu'intéressantes, nous amenaient dans des chemins de réflexion distincts tant le domaine était vaste et qu'il nous faudrait faire des choix quant à la problématique que nous voulions aborder. Afin de cibler ces choix, nous avons organisé, début juillet 2013, une rencontre avec deux didacticiens des mathématiques, un linguiste en langue des signes de Belgique francophone et un enseignant signant. Nous avons pu leur exposer les questions que nous nous posions et ainsi avoir l'avis des différents spécialistes. Bien que différentes pistes de réflexion se soient dégagées de toutes ces questions, nous ne pouvions les explorer sans une observation continue sur plusieurs heures de cours d'une classe bilingue.

3.1.2 Phase d'observation

Les observations ont commencé en septembre 2013 dans une classe bilingue de 4^{e} générale de transition. Nous avons choisi cette classe plutôt qu'une autre car il s'agit de la classe bilingue la plus avancée dans le parcours scolaire dans cette école au moment de nos recherches. Cette classe se compose de vingt-cinq élèves dont un élève malentendant appareillé, ce même élève que nous avions déjà observé en avril 2013 alors qu'il était en 3e générale de transition et que nous nommerons par la suite Arthur. Le cours de mathématiques est assuré par deux enseignants : un professeur parlant et un professeur signant. Nous avons eu l'occasion, sur une période de trois semaines, de pouvoir assister à une dizaine d'heures de cours concernant le premier chapitre de l'année : "Généralités sur les fonctions".

Nous avons pris la décision de filmer les heures de cours auxquelles nous avons assisté afin de pouvoir les visionner par la suite et ne manquer aucun détail. A chaque intercours, nous pouvions également poser les questions d'incompréhension que nous avions au professeur signant afin de compléter nos observations. Cette phase d'observation nous a permis de comprendre la manière générale dont est donné le cours de mathématiques dans cette classe bilingue français - LSFB.

Comme nous l'avons mentionné dans la partie précédente, le cours se donne en parallèle par deux enseignants : en français pour les élèves entendants et en langue des signes pour Arthur. Les deux enseignants progressent, dans l'ensemble, toujours au même rythme. La disposition de la classe permet à chaque enseignant d'avoir son tableau : frontal pour les élèves entendants et latéral pour Arthur. Par facilité, Arthur se situe au premier rang à côté du tableau latéral afin que le professeur signant se trouve toujours face à lui afin qu'il y ait toujours un contact direct entre eux.

Quant aux supports du cours, ils sont multiples : feuilles polycopiées distribuées par les enseignants et contenant la matière théorique, manuel de référence contenant les exercices ou prise de note lorsqu'il n'y a pas de support, tableau noir, etc.

De manière générale, le professeur donne son cours en écrivant au tableau un grand nombre d'informations qu'il dit à l'oral. Le professeur signant, quant à lui, signe également son cours tout en laissant à l'élève sourd le temps de copier ce qu'écrit le professeur parlant. Il y a donc une alternance nécessaire entre l'écriture et les explications données par le professeur signant pour Arthur que les élèves entendants ne ressentent pas. En effet, les élèves entendants peuvent noter tout en écoutant ce que dit le professeur parlant. Le professeur signant se sert également des exemples dessinés au tableau par l'autre professeur. Lorsqu'il doit donner d'autres exemples que ceux du professeur parlant, il utilise le tableau latéral. Lors des séances d'exercices, chaque professeur donne les consignes et les séances se passent en commun. La correction se fait conjointement au tableau. Lors d'une question d'un élève entendant, le professeur signant la traduit pour Arthur ainsi que la réponse donnée par le professeur parlant. A l'inverse, une question posée par le professeur parlant sera traduite pour Arthur par le professeur signant ainsi que les réponses données par les autres élèves.

Comme nous l'avons mentionné, ces observations se sont faites de manière générale. Il nous a donc fallu les compléter en visionnant les séances de cours auxquelles nous avons assisté.

3.1.3 Phase de visionnage

Après chaque heure d'observation, nous avons visionné les vidéos que nous avions réalisées. Notre premier objectif était de dresser un répertoire des signes mathématiques utilisés lors des cours visionnés. Ce répertoire se trouve en Annexe *B* de ce mémoire. Il nous a fallu visionner plusieurs fois ces heures d'enregistrement afin de ne pas laisser un détail ou l'autre nous échapper.

Au fur et à mesure que nous complétions ce répertoire, nous en discutions avec le professeur signant afin de comprendre d'où provenait chaque signe. Cela nous a permis de mettre en évidence que les signes mathématiques utilisés lors de nos observations étaient créés par l'enseignant pour le cours de mathématique avec, pour certains, une évolution depuis leur création. En effet, certains concepts utilisés lors de nos observations, comme ceux de "symétrie centrale", "symétrie orthogonale" ou encore d'"équation" possédaient un signé créé par l'enseignant signant depuis la 1e année du tronc commun et étaient appropriés par Arthur. Pour d'autres concepts, comme les relations d'ordre "plus grand ou égal" et "plus petit ou égal", le signe créé s'est retrouvé modifié, par simplification, au cours du temps, par une proposition d'Arthur [1].

Dans un second temps, nous avons entrepris de revisionner les vidéos avec un autre objectif à l'esprit : dégager de ces observations les éléments caractéristiques d'un enseignement en langue des signes, dans notre cas, en mathématique. Nous nous sommes donc centré sur les méthodes d'enseignement utilisées par l'enseignant signant.

Ce sont ces visionnages et la création de ce répertoire de signes mathématiques qui nous ont permis de dégager la question de recherche que nous traiterons dans la suite de ce mémoire.

3.2 Problématique abordée

Les observations réalisées dans la classe bilingue de 4e générale de transition de la Communauté scolaire Sainte-Marie de Namur nous ont poussés à nous intéresser à la création de signes mathématiques. Nous nous sommes demandé quels seraient les concepts mathématiques pour lesquels il nous faudrait introduire un signe.

Bien évidemment, il nous serait impossible de nous intéresser à tous les domaines en mathématique. Nous avons fait naturellement le choix de nous restreindre aux heures de cours auxquelles nous avions assisté concernant le chapitre sur les "généralités sur les fonctions" en 4e générale de transition et en particulier sur un concept précis, celui de "fonction". Ce concept, nouveau pour les élèves que nous avons observés, a nécessité la création d'un signe par le professeur signant afin de pouvoir en parler.

1. cf chapitre 1 : évolution d'un signe.

Suite aux discussions avec ce dernier, nous avons appris que ce signe résultait d'une création spontanée faite dans l'urgence et qu'il avait été directement adopté par Arthur. Ce signe est représenté par la FIGURE 3.1 [2].

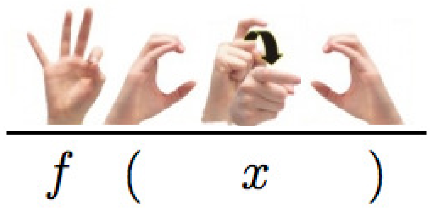


FIGURE 3.1 – Représentation du mot *fonction* par épellation de $f(x)$

Cependant, bien que ce signe ait été bien compris par Arthur, nous nous sommes interrogé sur son sens mathématique. De plus, ce signe est à la base d'autres signes créés pour le même chapitre : racine d'une fonction, fonction paire, fonction impaire, etc. C'est pourquoi nous avons choisi de nous y intéresser. Nous poserons donc, dans ce mémoire, notre question de recherche principale :

Quel signe associer à l'objet mathématique "fonction" afin que les connaissances liées à cet objet soient plus facilement mobilisables dans les différents domaines mathématiques et/ou dans d'autres disciplines ?

Pour pouvoir mener à bien notre analyse, nous avons besoin, dans un premier temps, de donner différentes notions théoriques de didactique qui nous seront utiles : la transposition didactique, la notion d'ostensif, ainsi que les notions de cadre et de registre. Ces notions seront explicitées dans le chapitre 4. Dans un second temps, dans le chapitre 5, nous aborderons le concept de fonction de manière épistémologique. Grâce à cela, nous pourrons amener une critique constructive sur le signe ainsi créé mais également proposer, dans le chapitre 7, un nouveau signe pour le concept de "fonction".

Enfin, les observations que nous avons réalisées permettront de donner un début de réponse à certaines de nos autres questions de recherche. En effet, nous donnerons un début de réponse quant aux éléments caractéristiques que nous avons observés d'un enseignement des mathématiques en langue des signes. Ce compte-rendu sera présenté au chapitre 6.

2. Ce signe est présent également dans notre répertoire se trouvant en Annexe *B*

Chapitre 4

Notions théoriques de didactique utilisées dans notre étude

"Il agit donc sottement celui qui s'épuise à vouloir enseigner aux élèves, non pas autant que ceux-ci peuvent savoir, mais autant qu'il désire qu'ils sachent."

La grande didactique - Jan Amos COMENIUS -

Dans le chapitre précédent, nous avons donné le cadre dans lequel se déroule notre recherche en expliquant chacun de nos choix. Dans ce chapitre, nous allons détailler les principaux éléments de la didactique des mathématiques dont nous avons besoin pour réaliser notre analyse. Ainsi, nous présenterons les concepts de transposition didactique, registre de représentation sémiotique, cadre et ostensif.

4.1 La transposition didactique

Le processus de transposition didactique est un processus développé en didactique des mathématiques par Y. Chevallard qui en donne la définition suivante ([10] [1], p.39) : « *Un contenu de savoir ayant été désigné comme savoir à enseigner subit dès lors un ensemble de transformations adaptatives qui vont le rendre apte à prendre place parmi les objets d'enseignement. Le "travail" qui d'un objet de savoir à enseigner fait un objet d'enseignement est appelé la transposition didactique.* »

4.1.1 Le processus de transposition didactique

Il s'agit donc d'un processus qui permet de transformer un savoir savant, c'est-à-dire le savoir des spécialistes du domaine, en un savoir enseigné, transmis aux élèves par le professeur. Cette transformation s'effectue en plusieurs étapes que nous avons reprises de S. Xhonneux [43].

1. Cette définition est tirée d'un article ([12], p.1) écrit en 2006.

« *1. choisir, parmi les savoirs existants, ceux qui seront transmis ;*

2. rendre le savoir "enseignable" en faisant subir aux différents éléments du savoir sélectionné des opérations d'adaptation, de démantèlement et de reconstruction tout en gardant son essence ;

3. faire de ce savoir l'objet d'un enseignement à l'école ou à l'université. »

Notons qu'au départ, la théorie de la transposition didactique ne comprenait que le passage entre les trois premières étapes représentées par la FIGURE 4.2. Par la suite le processus a été complété par M. Develay [15] pour faire apparaitre la dernière étape. Ce processus fait intervenir différents acteurs que nous allons présenter ci-après.

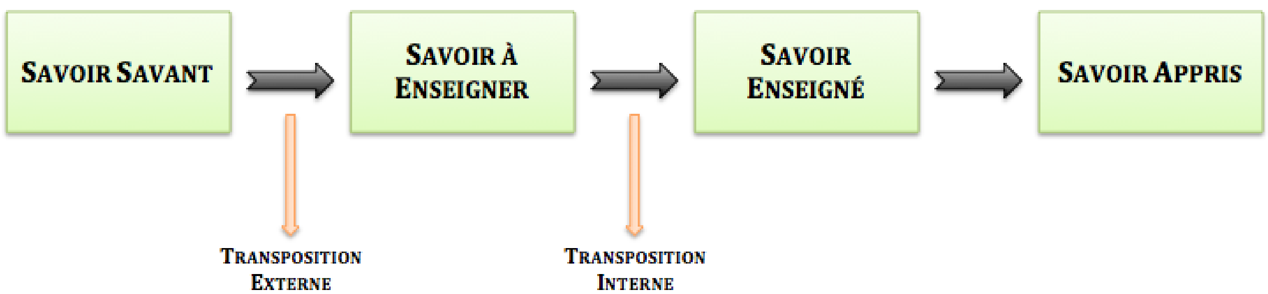


FIGURE 4.1 – Le processus de transposition didactique proposé par Y. Chevallard et complété par M. Develay

Nous remarquons que le processus démarre avec le savoir savant et se termine avec le savoir appris. Nous allons détailler chaque terme utilisé dans le processus de transposition didactique :

1. SAVOIR SAVANT : c'est le savoir qui a été développé au cours du temps par les scientifiques et/ou chercheurs. Dans notre cas, le savoir savant mathématique provient de recherches en mathématique mais également de la résolution de problèmes dans d'autres disciplines. Les résultats de ces recherches sont alors publiés ou présentés lors de congrès scientifiques.

2. SAVOIR À ENSEIGNER : c'est le savoir qui est décrit dans tous les textes officiels (principalement les programmes de cours) et qui est, par conséquent, celui qui doit être enseigné aux élèves.

3. SAVOIR ENSEIGNÉ : c'est le savoir que l'enseignant dispense à ses élèves dans sa classe. Ce savoir n'est pas fixe et dépend des connaissances de l'enseignant et de sa conception de l'apprentissage.

4. Savoir appris : c'est l'ensemble des connaissances que les élèves ont effectivement acquises en classe lors de leur apprentissage.

Le savoir savant doit, en général, subir deux étapes de transformation avant de devenir un "objet d'enseignement" : la transposition externe et la transposition interne.

- **La transposition externe** a lieu en dehors du système d'enseignement, autrement-dit en dehors de la classe. Elle représente le processus de transformation, de "ré-écriture" du savoir savant en savoir à enseigner. Ce dernier est donc un savoir reconstruit spécifiquement pour l'enseignement dans le but de rendre accessible le savoir scientifique sans pour autant le sacrifier. En effet, le savoir savant pris en référence est un savoir décontextualisé et bien souvent coupé de son histoire. Cette transposition permet de le recontextualiser, de le reproblématiser, voire de le redéfinir pour être enseigné à un niveau particulier. Cette transposition est réalisée par ce que Chevallard[10] appelle la noosphère, ce qui signifie, au sens littéral, la sphère où l'on pense. Cette sphère est constituée d'universitaires, de représentants du monde politique ou de la société, d'auteurs de manuels, inspecteurs, etc. Toutes ces personnes ont pour mission de définir les programmes de cours et d'analyser les stratégies de tous les acteurs de la transposition didactique.

- **La transposition interne** se produit à l'intérieur de la relation professeur-élève. Il s'agit d'une scénarisation du savoir à enseigner qui se transforme, grâce à cela, en savoir enseigné. Elle dépend de différents facteurs : les connaissances de l'enseignant, ses méthodes, sa vision de la matière, mais également sa vision des élèves et de leurs méthodes d'apprentissage, etc.

En ce qui concerne le passage du savoir enseigné au savoir appris, cela dépend de l'élève. Tout comme la transposition interne, ce passage dépend de plusieurs facteurs : l'affinité de la matière, le comportement de l'élève, sa soif d'apprendre, etc.

Pour finir, nous ajoutons que la transposition didactique comprend certains risques. Comme nous l'avons déjà mentionné précédemment, ce processus permet de rendre les savoirs accessibles à tous et met donc en évidence la distance existant entre les savoirs savant et à enseigner voire le savoir appris. De plus, comme l'indique M. Romainville dans [9] « *la transposition didactique peut être perçue comme une dégradation à laquelle la vraie science est obligée de consentir pour être diffusée* ». Clerc, Minder et Roduit ([12], p.3) présentent, à titre d'exemple, trois modifications que peut subir le savoir savant avant de devenir enseignable :

« *1. les termes techniques, généralement réservés aux spécialistes, sont évités au profit des mots de la langue courante ;*

2. *le savoir enseigné se borne souvent à présenter le résultat des recherches comme des vérités, ou comme des faits réels et vrais alors que le savoir savant, sur lequel il s'appuie, n'est que le produit précaire et provisoire d'une réflexion sur un problème donné qui pourrait et pourra recevoir d'autres solutions. Le savoir enseigné ne serait donc pas sujet à discussion, alors que le savoir savant fait souvent l'objet de vives querelles ;*
3. *le savoir enseigné recourt beaucoup plus fréquemment aux exemples pour illustrer son propos que le savoir savant. »*

Il est donc important que la construction du savoir enseigné, et *a fortiori* celle du savoir à enseigné, ne se résume pas à réduire le savoir savant à force de vulgarisation.

4.2 Cadres et registres

Nous allons maintenant définir des concepts qui interviennent lors de la transposition didactique. Nous sommes souvent amenés à manipuler des objets mathématiques mais il ne nous sont accessibles que par leurs représentations sémiotiques dans certains cadres. Dans cette section, nous allons introduire les notions de cadres (théorie développée par R. Douady) et de registres de représentations sémiotiques (RRS) (théorie développée par R. Duval).

4.2.1 Cadres et changements de cadres

R. Douady a concentré ses travaux sur la résolution de problèmes en précisant les critères suivant lesquels les problèmes peuvent devenir de bons déclencheurs de l'apprentissage des mathématiques chez les élèves. Pour ce faire, elle a défini la notion de cadre que nous reprenons de ([23], p.7).

Définition 4.2.1
« Un cadre est constitué des objets d'une branche des mathématiques, des relations entre ces objets, de leurs formulations éventuellement diverses et des images mentales associées à ces objets et ces relations »

C'est ainsi que nous parlerons de cadre algébrique, de cadre numérique, de cadre géométrique ou encore de cadre fonctionnel. Dans son travail, le mathématicien est souvent amené à penser un problème et sa résolution de plusieurs manières et donc à passer d'un cadre à un autre. C'est ce que R. Douady appelle le changement de cadres. La chercheuse en donne la définition suivante reprise de [23], p.7) :

Définition 4.2.2
« Un changement de cadres est un moyen d'obtenir des formulations différentes d'un problème, qui, sans être nécessairement tout à fait équivalentes, permettent un nouvel accès aux difficultés rencontrées et la mise en oeuvre d'outils et techniques qui ne s'imposaient pas dans la première formulation. »

Il est important que les enseignants aident les élèves à passer d'un cadre à un autre car cela permet de faire avancer la résolution du problème traité, de faire évoluer leurs conceptions mais également de leur faire construire leurs propres savoirs. Afin d'illustrer un changement de cadres, nous utiliserons l'exemple suivant :

Exemple 4.2.1 *Considérons le problème, posé dans le cadre algébrique, liant deux inconnues, x et y, à l'aide de deux équations*

$$\begin{cases} ax + by = u \\ cx + dy = v \end{cases}$$

où a, b, c, d, u et v sont des données. Pour déterminer les deux inconnues on peut utiliser le cadre algébrique via les méthodes de combinaison ou de substitution. Mais il est également possible de penser le problème dans le cadre graphique afin de trouver le couple de coordonnées (x, y) qui est l'intersection des deux droites ou encore d'avoir recours à la représentation matricielle de ce système et donc d'utiliser le cadre matriciel.

4.2.2 Registres de représentations sémiotiques

Définissons tout d'abord ce qu'est une représentation sémiotique. La définition que nous donnons est tirée de R. Duval dans [19] [2].

Définition 4.2.3
« Des représentations sémiotiques sont des productions constituées par l'emploi de signes appartenant à un système de représentations qui a ses propres contraintes de signifiance et de fonctionnement. »

Selon l'auteur, ces représentations sont nécessaires car en mathématique nous ne pouvons pas toucher directement les objets. Il convient donc d'en donner des représentations. Il peut s'agir d'une figure géométrique, d'un graphique, d'un énoncé en langage naturel, etc.

Définissons à présent les registres de représentations sémiotiques définis par R Duval tiré de ([19], p.8).

Définition 4.2.4
Les registres de représentations sémiotiques (RRS) sont des ensembles contenant des représentations qui permettent de désigner, de nommer un objet dans une perspective sémiotique.

En mathématique, nous manipulons plusieurs types de registres : écritures algébriques, numériques, graphiques, tableaux, langage naturel, figures géométriques, etc. Selon R. Duval ([19], p.9), « *le recours à différents registres de représentations sémiotiques est une condition*

2. Cette définition provient de H. Goiran qui cite l'oeuvre de R. Duval dans ([23], p.8)

nécessaire pour que les objets mathématiques ne soient pas confondus avec leurs représentations et qu'ils puissent être reconnus à travers chacune d'elles ».

Cependant, passer d'un registre à un autre n'est pas toujours automatique. Il s'agit d'une conversion portant sur des unités de représentations qui, toutefois, conservent la référence de la représentation de départ. Cette conversion permet, par exemple, de rendre explicites d'autres propriétés de l'objet ou d'effectuer des traitements qui seraient impossibles dans le registre de départ.

Dans notre recherche, nous avons été amenés à nous placer dans le cadre fonctionnel. Dans ce cadre, une fonction est définie comme étant une relation qui, à tout élément d'un ensemble de départ, associe au plus un élément de l'ensemble d'arrivée. Une fonction admet les différentes représentations qui sont les suivantes :

1. Graphique : par une courbe comme un ensemble de points du plan ;
2. Analytique : de manière explicite par une formule qui permet de calculer l'image, par exemple, d'une variable x par une fonction f et que l'on note $f(x)$.
3. Schéma : par un diagramme sagittal représentant les ensembles de départ et d'arrivée ainsi que le lien entre les deux ;
4. Langue naturelle (LN) : exprimé en langage naturel. Nous avons, par exemple, la fonction carrée, la fonction inverse, etc ;
5. Tableaux : réduite à une description discrète. A tout élément de départ est associée la valeur de son image.

Les registres ne sont pas tous pertinents pour toutes les situations. Il convient donc de montrer la nécessité de passer d'un registre à un autre afin de résoudre un problème, mais aussi de trouver le cadre le plus adapté qui soit à la compréhension. C'est en manipulant les différentes représentations du concept et en faisant des liens entre elles que la conceptualisation de celui-ci sera présente chez les élèves.

Afin d'illustrer ce passage de registres, nous allons utiliser un exemple repris de ([20], p.13).

Exemple 4.2.2 *Considérons le concept de "fonction linéaire". Afin de faciliter la compréhension de ce concept, on utilise en parallèle différentes représentations*[3] *comme l'indique la* TABLE *4.1.*

3. L'exemple du diagramme sagittal est ajouté par nous.

<table>
<tr><th>Langage naturel</th><th>Graphique</th></tr>
<tr><td>1. Pour toute situation de proportionnalité, si x est transformé en y, il existe un nombre a ne dépendant pas de x tel que $y = ax$. On dit qu'on passe de x à y par la fonction linéaire

$$f : x \rightsquigarrow y = f(x) = ax$$

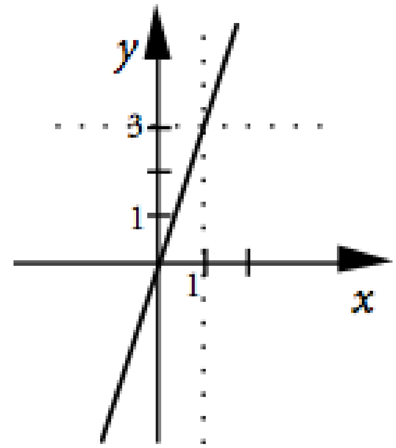
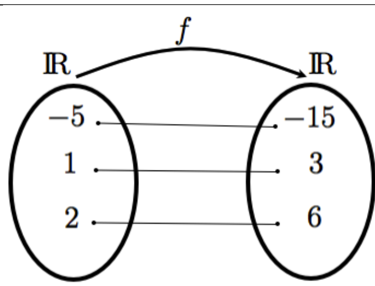
2. La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant pas l'origine du repère. On dit que $y = ax$ est l'équation de la droite associée à cette fonction linéaire</td><td>
</td></tr>
<tr><th>Tableau</th><th>Analytique</th></tr>
<tr><td><table><tr><td>x</td><td>–5</td><td>1</td><td>2</td><td rowspan="2">×3</td></tr><tr><td>y</td><td>–15</td><td>3</td><td>6</td></tr></table></td><td>$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\rightsquigarrow f(x) = ax \end{aligned}$$</td></tr>
<tr><th>Diagramme sagittal</th><th></th></tr>
<tr><td>
</td><td></td></tr>
</table>

TABLE 4.1 – Différentes représentations du concept de relation de proportionnalité

Pour finir, notons que les cadres et les registres interagissent également entre eux. En effet, au sein d'un même cadre, on peut retrouver différents registres de représentations sémiotiques. En résumé, la notion de cadre réfère au contexte de travail de l'élève tandis que celle de représentation sémiotique réfère aux objets eux-mêmes et à la manière dont l'élève les manipule, les comprend, etc.

4.3 Ostensifs et non-ostensifs

Nous allons maintenant définir les objets mathématiques qui se trouvent au centre de l'activité d'enseignement et que nous emploierons dans la suite de ce mémoire. Nous pouvons définir deux types d'objets donnés par Y. Chevallard dans ([11], pp4-6) : les ostensifs et les non-ostensifs.

1. Les objets **ostensifs** sont des objets qui ont une matérialité que nous pouvons capter grâce à nos sens et que nous pouvons, en conséquence, manipuler. Il peut s'agir d'une notation (ostensif scriptural), d'une figure ou d'un graphique (ostensif graphique), d'un geste (ostensif gestuel), d'un discours (ostensif discursif), etc.

2. Les objets **non-ostensifs** (appelés aussi objets émergents), au contraire des objets ostensifs, ne sont pas pourvus d'une matérialité. On leur attribue une existence sans qu'ils puissent être vus. Ces objets sont donc évoqués grâce à la manipulation des ostensifs qui y sont associés. Il s'agit de concepts, de notions, d'idées, etc.

Ces deux types d'objets sont à la fois solidaires et indépendants. Ils sont solidaires car on ne peut atteindre les objets non-ostensifs qu'à l'aide de la manipulation des objets ostensifs. Ils sont indépendants car il n'y a pas de règle pour déterminer l'association entre un non-ostensif et un ostensif. Cette association est arbitraire et se produit au cours de l'action, lorsqu'elle devient nécessaire.

L'exemple suivant permet d'illustrer ces deux types objets.

Exemple 4.3.1 *Si nous considérons le non-ostensif qu'est le concept de " 2 "*[4]*, il peut être représenté par différents ostensifs qui vont lui donner une forme matérielle ou sensible.*

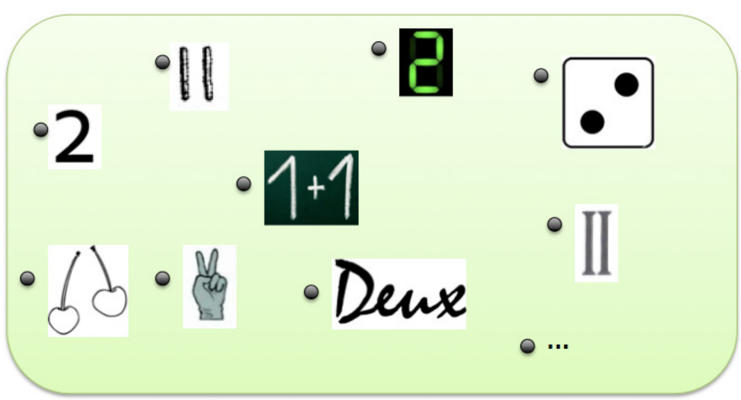


FIGURE 4.2 – Différents ostensifs représentant le concept du chiffre "2".

4. Nous remarquons que nous ne pouvons le dire que parce que l'ostensif (scriptural) "2" est disponible.

4.3.1 Les ostensifs f, g, v et y, $f(x)$, $v(t)$, $x(t)$,...

Dans ce mémoire, nous avons choisi, de par nos observations, de nous intéresser au concept de fonction. Il existe différents ostensifs pour ce concept. Nous allons nous concentrer sur le registre analytique de représentations et particulièrement sur deux représentations souvent utilisées dans l'enseignement secondaire en mathématique : les ostensifs scripturaux (appelés de la sorte par Y. Chevallard dans [11]) f et $f(x)$.

- L'ostensif $f(x)$:
  lors de l'utilisation de cet ostensif, la lettre x et le symbole $f(x)$ représentent des variables numériques génériques : la première représente ce que l'on appelle la variable indépendante et la seconde, variant en fonction la première, la variable dépendante. Typiquement $f(x)$, noté aussi y, représente l'image de x par la fonction f. Cette notation s'impose lors de l'introduction de concepts supplémentaires liés au concept de fonction, comme, par exemple, ceux de fonctions croissantes, de maximum, de parité, etc.

- L'ostensif f :
  cet ostensif est utilisé lorsque l'on parle de la fonction en tant qu'objet mathématique sur lequel on peut effectuer des opérations telles que l'addition, la multiplication, la composition ou encore la dérivation. Nous pourrons écrire, par exemple $f \times g$, $f + g$, $a \cdot f$, etc, où f et g sont des fonctions quelconques, a est une constante.

Il est possible de combiner les deux ostensifs en un seul, appelé *one-to-one* par M. Krysinska et M. Schneider dans ([28], p.67) grâce à l'utilisation d'une flèche "$\rightarrow$", mettant ainsi l'accent sur la correspondance entre chaque variable et son image. Nous noterons alors, par exemple, une fonction f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ comme suit :

$$f : \quad \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightsquigarrow f(x)$$

C'est cette notation qui est principalement présentée dans l'enseignement secondaire en mathématique.

Cependant, lorsque l'on change de discipline pour passer à celle de la physique, on se rend compte que les notations utilisées sont données avec plus de sens. Ainsi, par exemple, la fonction *vitesse* sera représentée par la lettre v, la fonction *position* par la lette x ou y selon la direction du mouvement, etc. De plus, la variable indépendante n'est pas toujours la même, par exemple, si la vitesse et la position d'un mobile dépendent du temps, la variable sera notée t. Il s'agit ici d'une difficulté supplémentaire. En effet, pour savoir faire le lien entre les différentes matières, il est important de le faire également entre les différents ostensifs et de bien comprendre qu'il ne s'agit que d'ostensifs.

Nous nous rendons ainsi bien compte qu'une fonction n'est pas représentée par un seul mais par une multitude d'ostensifs, chacun pouvant dépendre de la situation considérée.

Afin d'illustrer nos propos, considérons le problème suivant :

Exemple 4.3.2 *Une personne lance une balle de tennis à la verticale vers le haut d'une position initiale fixée et avec une vitesse initiale fixée. Elle la rattrape ensuite dans ses mains à la même hauteur qu'elle l'avait lancée. Comment modéliser le mouvement de la balle ?*

Solutions :
Trois solutions sont envisageables : la première en tenant compte de la position verticale de la balle en fonction de sa position horizontale (a), la deuxième en considérant la position horizontale en fonction du temps (b) et la troisième en considérant la position verticale en fonction du temps (c). Ces trois possibilités sont données par la FIGURE *4.3.*

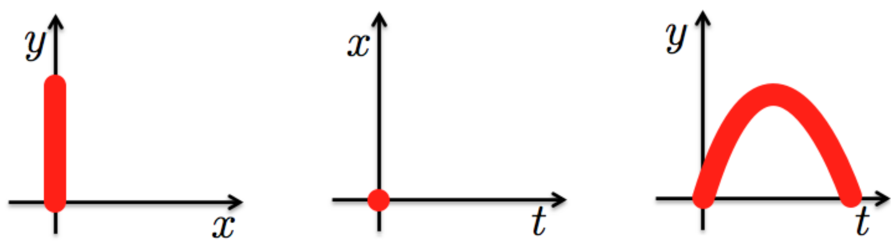


FIGURE 4.3 – Trajectoire et équations horaires de la balle dans le problème considéré

Par les trois graphiques présentés, nous constatons que nous parlons chaque fois d'une variable qui dépend d'une autre. Nous les reprenons dans le tableau ci-dessous.

Variable	Trajectoire	Equation horaire 1	Equation horaire 2
position horizontale	indépendante x	dépendante x	
position verticale	dépendante y		dépendante y
temps		indépendante t	indépendante t

Il s'agit donc bien de trois manières différentes de modéliser une même situation. Cependant l'utilisation de lettres différentes pour les variables dépendantes et indépendantes permet de pouvoir représenter les trois cas en même temps et de pouvoir donner du sens à chacune des représentations graphiques. Il s'agit principalement d'habitudes prises par les physiciens car il est vrai qu'en mathématique, nous prenons souvent x comme variable indépendante et y comme variable dépendante. Mais il ne faut pas oublier qu'il ne s'agit que d'ostensifs scripturaux et nous devrons en tenir compte dans la suite de nos analyses.

4.4 Application des notions de didactique à notre recherche

Lors de ce chapitre, nous avons présenté les concepts théoriques qui nous seront utiles dans la suite de ce mémoire. Dans le chapitre suivant, nous allons utiliser la transposition didactique afin de pouvoir effectuer notre analyse sur le concept de fonction et ainsi répondre à notre problématique le plus clairement possible. Nous donnons ici la méthodologique que nous allons suivre.

Tout d'abord, nous effectuerons une étude à caractère épistémologique dans le but de comprendre comment a émergé la notion de fonction dans le *savoir savant*. Cette étude nous semble importante car il est nécessaire de mettre en avant la construction du concept de fonction au fil du temps afin de le rattacher à la construction d'un signe qui pourrait représenter ce concept.

Nous aborderons ensuite le *savoir à enseigner* en effectuant une analyse des programmes de l'enseignement du Segec ainsi que de ceux de l'enseignement officiel en Fédération Wallonie-Bruxelles. Grâce à cela, nous pourrons mettre en évidence la manière dont le concept de fonction y est présenté, l'importance qui lui est attribué mais également cibler les chapitres de cours dans lesquels il intervient. Nous effectuerons également une analyse de deux manuels scolaires belges du niveau secondaire afin de pouvoir mettre en évidence la manière dont est présenté le concept de fonction.

Pour finir, nous aborderons le savoir enseigné. Pour cela, nous nous aiderons des heures de cours auxquelles nous avons assisté mais également de l'ensemble du chapitre sur les "Généralités sur les fonctions" donné par un professeur parlant et un professeur signant dans la classe bilingue de 4^{e} générale de transition de la Communauté scolaire Sainte-Marie de Namur.

Chapitre 5

Etude du concept de fonction

"L'étude des mathématiques est comme le Nil,
qui commence en modestie et finit en magnificence."

Lacon or many things in few words - Charles Caleb COLTON -

Comme nous l'avons annoncé dans notre méthodologie de travail dans le chapitre précédent, nous allons étudier dans ce chapitre la notion de "fonction" en nous aidant de la transposition didactique comme fil conducteur. Tout d'abord, nous allons mener une analyse à caractère épistémologique de cette notion afin de comprendre comment elle a émergé dans le savoir savant en retraçant cette émergence dans les grandes lignes jusqu'à sa définition actuelle. Ensuite, nous nous pencherons sur le *savoir à enseigner* en analysant les programmes et les manuels scolaires. Pour finir, nous analyserons le *savoir enseigné* par le biais des observations que nous avons réalisées dans la classe de 4^{e} générale de transition bilingue à la Communauté scolaire de Sainte-Marie de Namur.

5.1 Etude du savoir savant

Au fil de cette section, nous allons retracer l'émergence du savoir savant relatif au concept de fonction. La rédaction de cette section est basée sur le livre de Krysinska et Schneider intitulé *Emergence de modèles fonctionnels* ([28], pp 35-129), un article de l'UPCM intitulé *L'histoire du concept de fonction au XVIIIe siècle et le problème des cordes vibrantes* [40] ainsi que le site Internet repris sous la référence [47].

Nous reprenons la définition moderne du concept de fonction donnée par Krysinska et Schneider [28] :

> « *Le concept de fonction se définit comme un triplet d'ensembles : l'ensemble de départ, celui d'arrivée et une partie du produit cartésien des deux premiers dans laquelle on ne peut trouver deux couples différents de même origine.* »

Une fonction est donc une relation qui, à un élément de l'ensemble de départ, associe au plus un élément de l'ensemble d'arrivée.

Cependant la notion de fonction n'a pas toujours été définie comme cela. Dans cette section, nous allons retracer l'histoire de ce concept. L'idée de relation entre des quantités intervient au commencement des mathématiques chez les mathématiciens babyloniens et grecs.

5.1.1 Dans l'Antiquité

Les mathématiciens babyloniens (-5 000 à 0) nous ont laissé des traces de leurs recherches par l'intermédiaire de tablettes d'argile en écriture cunéiforme qui, pour une partie d'entre elles, traitent des mathématiques. Sur ces tablettes, nous retrouvons des tables sexagésimales de réciproques, de carrés, de cubes, de racines cubiques, etc. La multiplication s'effectue via des tables de multiplication, établies par additions successives. L'une des utilisations principales était dirigée vers l'astronomie. Elle permettait de calculer les éphémérides du soleil et de la lune.

Dans la même optique, les mathématiciens grecs dressèrent également des tables pouvant les aider en astronomie. Celles-ci pouvaient donner la longueur des cordes de cercle de rayon fixé, ce sont les premières tables de sinus données par Ptolémée au 2^{e} siècle (P.C.N.).

Cependant, tout comme pour les Babyloniens, les Grecs travaillaient donc dans un registre tableau avec des valeurs numériques utiles pour les calculs. Les mathématiciens de l'époque ne considéraient pas une "entité" qui permettait de passer d'une colonne à l'autre. Il n'est donc pas question de quantités variables ni de lois de variations et encore moins de fonctions.

5.1.2 Au XIV^{e} siècle

Il faut attendre le 14e siècle pour voir apparaître l'étude de la cinématique, c'est-à-dire l'étude des mouvements de solides. Cette matière est le grand sujet d'étude des écoles de philosophie naturelle d'Oxford et de Paris.

Les mathématiciens de ces écoles proposent de modéliser les phénomènes physiques observés et mettent en évidence des relations entre vitesse, force, temps et résistance. Ils quantifient des phénomènes comme la vitesse, la chaleur et la densité en indiquant qu'elles peuvent varier de manière continue.

On voit apparaitre des "fonctions du temps" et Nicolas Oresme (1325 - 1382) [47] écrira :

> « *Chaque chose mesurable, à l'exception des nombres, est imaginée comme une quantité continue.* »

5.1.3 Au XVII^{e} siècle

C'est avec le mathématicien français François Viète (1540-1603) que l'on commence à s'intéresser à un nouveau registre de représentations : le registre analytique. En effet, les formules commencent à intervenir grâce à l'introduction, de façon systématique, du calcul littéral. La notion de fonction, jusque-là seulement associée à des courbes, va donc être exprimée à l'aide d'une formule.

Les seules fonctions introduites à cette période sont celles qui représentent des trajectoires de points en mouvement. Nous retrouvons principalement les lois sur la chute des corps formulées par Galilée en 1623 mais également les lois sur les trajectoires elliptiques des planètes énoncées par le mathématicien et physicien allemand Johannes Kepler (1571-1630).

Le concept de fonction évolue encore vers la fin de la moitié du siècle grâce à Fermat et Descartes qui l'introduisent comme une relation de fonctionnalité par l'intermédiaire des équations algébriques. Nous trouvons respectivement les définitions suivantes tirées de [47] :

> « *Aussitôt que deux quantités inconnues apparaissent dans une ultime égalité, il y a un lieu et le point terminal de l'une des deux quantités décrit une ligne droite ou courbe.* »

Fermat, *Ad locos et solidos isagoge* (1679)

> « *Prenant successivement infinies diverses grandeurs pour la ligne y, on en trouvera aussi infinies pour la ligne x, et ainsi, on aura une infinité de divers points tels que celui qui est marqué C, par le moyen desquels on décrit la ligne courbe demandée.* »

Descartes, *Géométrie* (1637)

L'idée générale est que, désormais, toute fonction est associée et même définie par une équation. La définition de Descartes fait le lien entre les variables x et y et la dépendance qu'il y a entre les deux mais il se restreint aux courbes géométriques, laissant de côté les courbes transcendantales [1].

La méthode de développement de fonctions en séries entières est découvert par les mathématiciens succédant à Descartes, Newton et Mercator. Grâce à ces développements, il est maintenant possible de représenter analytiquement les courbes transcendantales.

Le mathématicien James Gregory (1638-1675) propose alors une définition de la notion de fonction tirée de [47] :

1. La géométrie transcendante est la partie de la géométrie qui considère les propriétés des courbes de tous les ordres et qui se sert, dans la découverte des propriétés, du calcul différentiel et intégral.

> « *Une fonction est définie comme une quantité obtenue à partir d'autres quantités par une succession d'opérations algébriques ou par n'importe quelle opération imaginable.* »

Gregory, *Vera circuli et hyperbolae quadratura* (1667)

Par opérations, Gregory précise qu'il s'agit des cinq opérations de l'algèbre : addition, soustraction, multiplication, division et extraction de racine. Cependant, il en ajoute une sixième qu'il définit comme un passage à la limite.

Le développement du calcul différentiel et intégral est développé quelques années plus tard par Gottfried Leibniz (1646-1716). Ce développement va donner une place importante au problème des lois de variations de quantités inconnues. C'est lui qui introduit le terme "fonction" en 1673 dans l'un de ses manuscrits tiré de [47] :

> « *J'appelle fonctions toutes les portions des lignes droites qu'on fait en menant des droites indéfinies qui répondent au point fixe et aux points de la courbe ; comme sont les abscisse, ordonnée, corde, tangente, perpendiculaire, sous-tangente, etc et une infinité d'autres d'une construction plus composée, qu'on ne peut figurer.* »

Leibniz, *La Méthode inverse des tangentes ou à propos des fonctions* (1673)

5.1.4 Au XVII^{e} siècle et par la suite

Il faudra attendre 1718 pour que Jean Bernoulli publie une première définition du concept de fonction qui ne soit plus restreinte au cadre géométrique dans lequel elle était étudiée mais dans un nouveau cadre : le cadre analytique.

> « *On appelle fonction d'une grandeur variable une quantité composée de quelques manières que ce soit de cette grandeur variable et de constantes.* »

Bernoulli (1718) [47]

Bernoulli propose un ostensif scriptural à la notion de fonction : Φx.

Cette définition, tirée de [47], est un grand pas en avant ; elle va permettre d'ouvrir la voie à celle énoncée par Euler (1707-1783) :

> « *On appelle fonction une expression analytique composée d'une manière quelconque de cette quantité variable et de nombres ou de quantités constantes.* »

Euler, *Introductio in analysin infinitorum* (1748)

Pour Euler, il faut comprendre le terme "analytique" comme une combinaison d'opérations et de calculs connus à l'époque, principalement des opérations usuelles de l'algèbre et des fonctions trigonométriques. Il propose une classification des fonctions :

1. **Fonctions algébriques** : elles sont obtenues par des opérations algébriques.
2. **Fonctions transcendantes** : trigonométriques, logarithmiques, exponentielles, intégrales, puissances irrationnelles. Toutes ces fonctions sont obtenues par des opérations répétées à l'infini.

Cependant, les mathématiciens de l'époque pensaient que toute fonction pouvait être développée en séries entières. Mais Augustin-Louis Cauchy (1789-1857) parvint à montrer que cela n'était pas toujours vrai. Les définitions du concept de fonction données précédemment n'étaient donc pas assez générales.

C'est à la suite de cela que les mathématiciens Fourier, Cauchy, Dirichlet et Riemann définirent la notion générale de fonction telle que nous la connaissons actuellement.

5.1.5 Conclusion de l'analyse épistémologique du concept de fonction

Cette analyse épistémologique nous a montré qu'il a fallu beaucoup de temps pour que la notion de fonction telle que nous la connaissons émerge. Nous devons donc garder à l'esprit qu'il est possible que les élèves travaillant avec le concept de fonction se retrouvent face aux mêmes obstacles que les grands mathématiciens avant eux ; ces obstacles épistémologiques ayant amené ces derniers à définir ce concept de manière précise.

Les ostensifs destinés à représenter le non-ostensif "fonction" dans le cadre analytique n'apparaissent qu'au 18^{e} siècle. Il était alors d'usage de désigner une fonction par l'ostensif scriptural Φx, ce que nous notons actuellement par $f(x)$. L'avantage donné à cet ostensif est qu'il laisse apparaitre la variable indépendante x. Cependant, les mathématiciens, au fur et à mesure de leurs recherches, ont constaté qu'il était nécessaire de distinguer les deux ostensifs scripturaux $f(x)$ et f car ils représentent deux notions distinctes, respectivement celles de variable numérique et de fonction, comme nous l'avons mentionné dans le chapitre précédent.

Nous prendrons en compte cette analyse dans la suite de ce mémoire d'une part, lorsque nous analyserons l'ostensif gestuel créé pour le concept de fonction dans la classe bilingue que nous avons observée et, d'autre part, lorsque que nous tenterons de trouver un signe pour ce concept.

5.2 Etude du savoir à enseigner

Nous abordons à présent le savoir à enseigner. Pour cela, nous allons diviser cette section en deux grandes parties afin de passer en revue, d'une part, les programmes scolaires et les compétences terminales et, d'autre part, différents manuels scolaires belges. Notre recherche dans ces documents se portera principalement sur la définition qui est donnée du concept de fonction. Nous analyserons également la manière dont les ostensifs scripturaux[11] liés au non-ostensif fonction sont utilisés et définis.

5.2.1 Programmes scolaires et référentiel de compétences terminales

Dans un premier temps, nous allons analyser les programmes scolaires. Afin d'avoir une vision globale nous ferons l'analyse à la fois des programmes de l'enseignement officiel de la Fédération Wallonie-Bruxelles (sous les références [53] et[54]) mais également ceux de l'enseignement catholique, le Segec [2] (sous les références [55] et [56]), pour les deux premiers degrés de l'enseignement secondaire belge jusqu'à l'apparition du concept de fonction à proprement parler. Nous informons le lecteur qu'en Belgique le premier degré de l'enseignement secondaire (les classes de 1re et 2^{e}) correspond aux enfants âgés principalement de 12 à 14 ans et que le second degré (les classes de 3^{e} et 4^{e}) correspond aux enfants âgés principalement de 14 à 16 ans. Dans la continuité de nos observations, nous avons fait le choix de ne nous intéresser qu'aux programmes de l'enseignement général et technique de transition (pour l'enseignement officiel) et l'enseignement général et technologique (pour l'enseignement catholique). Nous analyserons également les référentiels de compétences terminales.

Premier degré de l'enseignement secondaire

Pour le premier degré de l'enseignement secondaire, les programmes, tant ceux de l'enseignement officiel que ceux de l'enseignement catholique, mettent principalement l'accent sur le triplet "tableaux-graphiques-formules". Comme les programmes l'indiquent il s'agit d'une première approche du concept de fonction.

> « *En analysant les tableaux, on rencontrera des couples de nombres, ce qui rendra possible une première approche de la notion de fonction.* »

Extrait du programme de l'enseignement officiel pour le premier degré [53] p.14

> « *On met en évidence un rapport externe liant deux grandeurs lorsque l'une de celles-ci évolue par rapport à l'autre, ce qui peut conduire à envisager le lien inverse. Ces coefficients de proportionnalité seront plus tard un outil de pensée fondamental dans l'étude des fonctions du premier degré, puis des approximations affines et finalement dans tous les phénomènes linéaires.* »

Extrait du programme du Segec pour le premier degré [55] p.48

Nous constatons que les programmes sont en lien avec l'analyse épistémologique effectuée précédemment. En effet, les premières études tenaient compte des registres de représentations sémiotiques tableaux permettant de mettre en évidence un lien entre deux quantités. Il est donc normal de retrouver cette première approche dans les programmes scolaires via, par exemple, l'étude de relations de proportionnalité ou encore le traitement de données. Les élèves sont amenés à se familiariser également avec les registres graphique et analytique.

2. Le Segec est le secrétariat de l'enseignement catholique en Communautés française et germanophone.

Deuxième degré : classe de troisième année (14-15 ans)

La notion de fonction est abordée, tant dans les programmes de l'enseignement officiel que dans ceux du Segec, via l'analyse de fonction du premier degré. Les programmes s'entendent sur le fait qu'il faut mettre en évidence les trois registres de représentations sémiotiques : tableaux, graphique et analytique. Les programmes, pour l'enseignement général et technologique, font mention de la définition de fonction :

> « *La définition*[a] *fera référence à la notion de couple et au sens logique de l'expression "au plus".* [...] La signification mathématique du mot fonction sera abordée en rencontrant aussi quelques graphiques qui ne représentent pas des fonctions. »
>
> *a.* Le programme sous-entend la définition de fonction d'une variable

Extrait du programme de l'enseignement officiel
pour la troisième année générale et technique de transition [54] p.9

> « *Le mot "fonction" est utilisé dans le sens que lui donne le langage courant : "fonction d'une ou de plusieurs variables" [...]. Une définition formelle n'est pas utile à ce niveau. Il n'est pas requis par le programme d'aborder d'autres fonctions*[a] *en troisième année.* »
>
> *a.* Le programme fait référence à d'autres fonctions que celles du premier degré

Extrait du programme du Segec
pour la troisième année générale et technologique [56] p.14

Comme nous pouvons le constater, la définition du concept de fonction n'apparait pas de la même manière dans chaque programme. Dans ceux de l'enseignement officiel, elle est décrite formellement tandis que dans l'enseignement catholique elle se trouve décrite de manière informelle. Le programme de l'enseignement officiel prône également de faire constater aux élèves la distinction entre une relation et une fonction.

L'analyse des fonctions du premier degré passe par la modélisation de différentes situations dans le cadre géométrique mais aussi dans le domaine de la physique et celui de l'économie. Il s'agit des différentes étapes par lesquelles sont passés les mathématiciens lors de l'émergence du concept de fonction comme nous l'avons indiqué dans notre analyse épistémologique. Ces analyses se font à partir de problèmes de tarification, de distances parcourues, etc, afin de mettre en évidence la dépendance entre différentes grandeurs de manière à montrer que toute variation d'une grandeur entraîne ou accompagne une variation de l'autre.

Grâce à ces analyses, les élèves découvrent que la représentation graphique est une droite d'équation $y = mx + p$ et que la représentation analytique d'une fonction du premier degré est donnée par $f(x) = mx + p$.

Pour finir, les élèves sont amenés à se trouver dans le cadre algébrique. Dans ce cadre, ils résolvent algébriquement des équations du premier degré permettant de mettre en évidence les notions de zéro et d'ordonnée à l'origine d'une fonction, des inéquations du premier degré permettant de mettre en évidence la notion de signe que peut prendre une fonction et des systèmes de deux équations du premier degré dont l'interprétation des solutions permet de faire le lien avec le cadre géométrique.

Deuxième degré : classe de quatrième année (15-16 ans)

Lors de la quatrième année du secondaire, la notion de fonction est, cette fois, définie explicitement par les programmes du Segec via l'étude de différentes fonctions. Le programme précise dans ses directives l'objectif suivant :

> « *L'objectif est de généraliser les caractéristiques décrites (pour chaque fonction analysée)* [a] *pour*
>
> 1. *reconnaître si l'expression analytique ou le graphique donné est ou non une fonction,*
> 2. *repérer, sur base du graphique d'une fonction donnée, le domaine, les racines, l'ordonnée à l'origine, la parité, la croissance, les extremums.* »
>
> *a.* Termes ajoutés par nous.

Extrait du programme du Segec
pour la quatrième année générale et technologique [56] p.36

Le concept est amené via sa définition comme l'indique le programme de l'enseignement officiel [53] p.9. Les élèves rencontrent différentes fonctions de référence et doivent pouvoir en repérer les principales caractéristiques. Les notations appropriées sont également abordées (intervalle, ensemble vide, union, intersection, etc). Il est également demandé aux élèves de savoir comparer les fonctions entre elles aux points de vue graphiques, domaines, etc. Il leur est demandé de pouvoir reconnaître, selon l'expression analytique ou le graphique, s'il s'agit d'une fonction ou non.

Les élèves étudient également les transformations de fonctions. Le programme du Segec précise que les élèves doivent acquérir la compétence suivante :

> « *A partir du graphique d'une fonction de référence $f(x)$, déduire celui des fonctions $f(x)+k$, $f(x+k)$, $kf(x)$.* »

Extrait du programme du Segec
pour la quatrième année générale et technologique [56] p.37

Comme nous pouvons le constater, le programme fait référence à l'ostensif $f(x)$ pour désigner le non-ostensif "fonction". Or, comme nous l'avons mentionné dans le chapitre précédent mais également dans notre analyse épistémologique, une distinction est nécessaire entre l'ostensif scriptural f qui désigne la fonction f et celui $f(x)$ mentionnant l'image de la variable x par la fonction f. Lorsque nous tenterons de trouver un signe pour le non-ostensif "fonction", il faudra faire attention à ce qu'il représente au mieux ce non-ostensif.

En analysant le référentiel de compétences terminales, nous retrouvons la compétence suivante issue de la compétence *Représenter, modéliser* dans la partie *Etude des fonctions* :

> « *Déduire du graphique de* $y = f(x)$, *les graphiques des transformées* $f(x) + k$, $kf(x)$, $f(x + k)$, $f(kx)$. »

Extrait des compétences terminales et savoirs requis en mathématiques [52] p.7

Nous constatons que la formulation de cette compétence diffère de celle décrite dans le programme du Segec. En effet, les ostensifs scripturaux sont, cette fois, correctement utilisés.

Pour conclure, nous pouvons dire que les programmes sont, en général, en accord quant à l'introduction du concept de fonction. Ce concept est amené suivant le cheminement que nous avons développé dans notre analyse épistémologique. Bien qu'ils semblent citer les notions de manière analogue, leurs formulations concernant les ostensifs scripturaux du non-ostensif "fonction" diffèrent de celles que l'on retrouve dans le référentiel de compétences terminales. Lorsque nous tenterons de trouver un signe pour le non-ostensif "fonction", il faudra donc faire attention à ce qu'il le représente au mieux sans confusion possible.

5.2.2 Analyse de manuels scolaires belges

L'étude du savoir à enseigner concernant les programmes scolaires, réalisée précédemment, doit s'accompagner d'une seconde étape : l'analyse de manuels scolaires. Nous avons choisi de nous intéresser à deux manuels couramment utilisés par les enseignants du secondaire : la collection *CQFD* et la collection *Actimath*. L'analyse des programmes nous a indiqué que la notion de fonction apparaît dès la troisième année, c'est pourquoi nous nous intéresserons à la troisième et la quatrième année de l'enseignement général et technologique.

Manuel CQFD Maths 3e

Le manuel *CQFD Maths 3e* [35] est un manuel destiné aux élèves de troisième secondaire de l'enseignement général et technologique. Nous nous sommes intéressés au chapitre 4 de ce manuel intitulé : *Fonction du premier degré* (pp 47-66).

Le manuel est organisé suivant la manière proposée par les programmes scolaires. Le chapitre est axé sur le passage entre les trois registres de représentations sémiotiques, tableaux, graphiques et analytique, afin de déterminer la relation de proportionnalité de deux grandeurs, la représentation graphique et la formule représentant cette relation. Le concept de fonction est défini de la manière suivante :

> « *Jusqu'à présent, nous avons représenté une fonction le plus souvent par la lettre y et la variable dont elle dépend par la lettre x.*
>
> *Lorsque l'on réalise une représentation graphique, les valeurs numériques de la variable sont portées sur l'axe des abscisses (l'axe des x) et les valeurs de la fonction sont portées sur l'axe des ordonnées (appelé l'axe des y).*
>
> *Lorsque l'on met l'accent sur le fait qu'une fonction "envoie" un nombre sur un autre, on note cette fonction en utilisant la lettre f. Ainsi une fonction du premier degré s'écrit $f(x) = mx + p$. Dans ce chapitre nous nous en tiendrons le plus souvent à la notation $y = mx + p$ qui exprime le lien entre ordonnée et abscisse des points qui représentent cette fonction.* »

Extrait du manuel CQDF Maths 3e, Fonctions du premier degré [35], p. 53

Nous constatons que le manuel fait la distinction entre les ostensifs scripturaux f, $f(x)$ et y en précisant que le premier correspond au non-ostensif fonction tandis que les suivants correspondent à des valeurs numériques. Les élèves sont donc déjà sensibilisés à cette différence. Comme nous l'avons mentionné dans le chapitre 4, les mathématiciens ont pris usage de nommer une fonction par la lettre f, la variable indépendante par la lettre x et la variable dépendante par la lettre y (ou par $f(x)$). Il n'est donc pas anodin de retrouver cette convention dans le manuel.

Le "rôle" de la fonction est également défini : il s'agit d'un objet mathématique envoyant un nombre sur un autre. La notion d'ensembles de départ et d'arrivée ainsi que la relation entre les deux est donc définie de manière informelle.

<u>Manuel Actimath 3</u>

Le manuel *Actimath 3* [1] est également un manuel destiné aux élèves de troisième secondaire de l'enseignement général et technologique. Nous nous sommes intéressés au chapitre 11 intitulé : *Les fonctions.*

Ce manuel met également l'accent sur les passages entre les registres de représentations sémiotiques tableaux, graphiques et analytique comme l'indique l'extrait suivant :

« *Une relation entre deux grandeurs x et y peut être décrite par ...*

- *un tableau qui associe les valeurs de x et de y.*
- *un graphique qui représente l'ensemble des points de coordonnées $(x; y)$.*
- *une égalité mathématique qui exprime le lien existant entre deux grandeurs ; cette égalité est l'équation du graphique.*

»

Extrait du manuel Actimath 3, Les fonctions [1], p. 306

Cependant, contrairement au manuel précédent, ce passage est tout d'abord mis en avant pour les fonctions de manière générale et non centré sur la fonction du premier degré. La définition de fonction est donnée dans l'extrait suivant :

« *Une fonction est une relation qui, à chaque valeur de la variable x, fait correspondre au plus (0 ou 1) une valeur de y.*

Pour exprimer que y est une fonction de x, on écrit $y = f(x)$ ou $f : x \rightsquigarrow y = f(x)$. »

Extrait du manuel Actimath 3, Les fonctions [1], p. 306

Nous constatons que la définition du concept est plus formelle que celle donnée dans le manuel CQFD Maths 3e. Elle fait référence, comme le stipule le programme de l'enseignement officiel pour la troisième année générale et technique de transition, à un couple de variables (x et y) en utilisant l'expression "au plus". De plus, la distinction entre les ostensifs scripturaux f et $f(x)$ est également mentionnée. Cette définition introduit également l'ostensif appelé *one-to-one* [28] établissant la correspondance entre la variable indépendante et son image sans toutefois faire mention des ensembles de départ et d'arrivée. Cependant, nous émettons une remarque quant au fait que le manuel introduit ces ostensifs sans réellement préciser à quoi ils correspondent et en particulier ce que la lettre f représente.

Nous allons à présent nous intéresser aux manuels de quatrième année de l'enseignement général et technologique.

Manuel CQFD Maths 4e

Le manuel *CQFD Maths 4e* [3] est un manuel destiné aux élèves de quatrième secondaire de l'enseignement général et technologique. Nous nous sommes intéressés au chapitre 5 de ce manuel intitulé : *Quelques fonctions de référence* (pp 79-100).

Nous pouvons retrouver la notion de fonction définie de la sorte :

> « *Nous en donnons à présent une définition qui ne fait pas référence aux grandeurs. Cette nouvelle définition considère la fonction comme une "machine" qui transforme un nombre en un autre. Pour que cette "machine" soit appelée fonction, il faut que, lorsqu'un nombre entre dans la "machine", il ne sorte pas plus d'un nombre.*
>
> *Une* ***fonction*** *d'une variable réelle est une relation qui à tout réel fait correspondre* ***au plus*** *un réel.* »

Extrait du manuel CQFD 4, Manuel, Les fonctions [3], p. 85

Nous retrouvons donc la définition telle qu'elle est énoncée dans le programme faisant apparaître la correspondance "au plus". Cependant, nous constatons que le manuel ne fait pas référence aux ostensifs scripturaux associés à la définition. Certes nous les retrouvons dans les activités d'introduction et dans les exercices, mais le choix de ces ostensifs n'y est pas justifié. Nous pouvons donc nous interroger pour savoir si un élève serait alors à même d'expliquer la différence, par exemple dans la situation qui nous intéresse, entre les ostensifs scripturaux f et $f(x)$.

Manuel Actimath 4

Le manuel *Actimath 4* [2] est un manuel destiné aux élèves de 4e année de l'enseignement général et technologique. Ce manuel est divisé en deux tomes et nous portons notre attention sur le second et particulièrement sur le chapitre 10 de celui-ci, intitulé : *Les fonctions* (pp 9-32 et 111-141).

> « *Définition 1 : Une relation de A vers B est une "loi" qui, à certains éléments de A, associe un ou plusieurs éléments de B.*
>
> *Définition 2 : Une fonction de A vers B est une relation de A vers B qui, à chaque élément de A, associe au plus un élément de B.* »

Extrait du manuel Actimath 4, Manuel B, Les fonctions [2], p. 113

Nous constatons que la définition est donnée de manière formelle faisant apparaître la caractérisation en termes d'ensemble et la correspondance "au plus". Nous constatons qu'il n'y a, dans cette définition, aucun ostensif scriptural. Nous pourrions également nous demander comment une fonction est dénommée et quelles notations sont utilisées. La réponse à nos questions se trouvent dans le manuel quatre pages plus loin dans un paragraphe intitulé : *Caractérisation d'une fonction.*

« *Soit f une fonction de A vers B.*

Si à un élément a de A, la fonction f associe un élément b de B, b est appelé l'image de a par cette fonction f, ce que nous notons $b = f(a)$.

La fonction elle-même est notée

$$f : A \to B : x \rightsquigarrow f(x)$$

pour montrer qu'à un élément quelconque x de A, la fonction associe l'élément $f(x)$ de B.

De plus, dans cette écriture,

- *f est le nom donné à la fonction,*
- *A est l'ensemble de départ,*
- *B est l'ensemble d'arrivée,*
- *x désigne la variable indépendante,*
- *$f(x)$ désigne à la fois l'image de x par la fonction f et l'expression analytique qui permet de calculer cette image.*

»

Extrait du manuel Actimath 4, Manuel B, Les fonctions [2], p. 117

Nous constatons une nouvelle fois dans le manuel *Actimath* l'apparition de l'ostensif appelé *one-to-one* [28] qui, cette fois, fait apparaitre les ensembles de départ et d'arrivée. De plus, le manuel prend le temps de définir chaque élément de cette écriture et nous voyons apparaitre explicitement la distinction entre les deux ostensifs sur lesquels nous nous concentrons particulièrement, f et $f(x)$, précisant que le premier correspond au non-ostensif fonction et que le second représente l'image de la variable indépendante par cette fonction. De plus, le manuel propose des exemples adoptant d'autres ostensifs scripturaux pour nommer une fonction ou une variable indépendante. Cette manière de procéder permet de faire prendre conscience aux élèves que, quel que soit l'ostensif scriptural utilisé, il représente toujours le même ostensif fonction.

Dans la dernière partie de ce mémoire, nous allons nous intéresser à l'enseignement des mathématiques en langue de signes. Dans le chapitre suivant, nous aborderons, dans un premier temps, le *savoir enseigné* à l'aide des observations relevées dans la classe de 4ème générale de transition de l'école de la Communauté scolaire Sainte-Marie de Namur. Dans un second temps, nous nous tournerons vers les problèmes de terminologie en LSFB pour l'enseignement des mathématiques. Enfin, dans le dernier chapitre, nous répondrons à notre question de recherche et proposerons différents signes susceptibles de correspondre au concept de fonction.

Troisième partie

Mathématiques et langue des signes

Chapitre 6

Enseignement des mathématiques en langue des signes

"En mathématiques, les noms sont arbitraires. Libre à chacun d'appeler un opérateur auto-adjoint un éléphant et une décomposition spectrale une trompe. On peut alors démontrer un théorème suivant lequel tout éléphant a une trompe. Mais on n'a pas le droit de laisser croire que ce résultat a quelque chose à voir avec de gros animaux gris. "

- Gerald SUSSMAN -

Dans la partie précédente, nous nous sommes intéressés au savoir en mathématiques en développant, comme précisé dans notre méthodologie de travail, les savoirs savant et à enseigner pour la notion de fonction. Dans ce chapitre, nous allons aborder l'étape suivante dans le processus de transposition didactique : le *savoir enseigné*. Nous rendrons compte de celui-ci concernant la notion de fonction en LSFB et plus particulièrement du chapitre "Généralités sur les fonctions" en dressant un compte-rendu des observations réalisées. Toutefois, avant de répondre à notre question de recherche, il nous semble important de prendre le temps d'aborder l'enseignement des mathématiques en langue des signes suite aux reflexions que nous avons soulevées au chapitre 3 de ce mémoire. Nous sortirons donc de notre problématique afin de mettre en évidence les éléments particuliers que nous avons observés : problèmes de terminologie, compréhension des énoncés, prise de note, etc.

6.1 Contexte

Nous allons tout d'abord donner le contexte dans lequel se sont passées nos observations.

A. Contexte de la classe

Comme nous l'avons mentionné dans le chapitre 3 lors de la présentation de notre cadre de recherche, nos observations se sont passées dans une classe bilingue français - LSFB de 4^{e} générale de transition de la Communauté scolaire Sainte-Marie de Namur. Cette classe est composée de vingt-cinq élèves entendants et d'un élève malentendant appareillé que nous avons nommé Arthur. Le cours de mathématiques est donné par deux enseignants, l'un parlant et l'autre signant. La classe possède deux tableaux noirs, l'un se trouvant face aux élèves utilisé par le professeur parlant et le second, plus petit, se trouvant sur le côté latéral droit, utilisé par le professeur signant. C'est à côté de ce tableau, au premier rang, que se trouve Arthur avec, en face de lui, le professeur signant.

B. <u>Contexte de l'observation</u>

Nous avons été observer cette classe durant 10 périodes de 50 minutes dont 8 ont été filmées [1], entre le 11 et le 26 septembre 2014. Durant cette période, le chapitre abordé avec les élèves était intitulé "Généralités sur les fonctions" dans lequel le vocabulaire de base est introduit. Les élèves ont un cours de mathématiques à raison de cinq périodes par semaine réparties sur trois jours : une heure le premier jour et deux heures les deux autres jours.

Les élèves ont à leur disposition des feuilles polycopiées distribuées par les enseignants [2] et contenant toute la matière théorique ainsi que les exemples. Pour ce qui est des exercices, les élèves disposent d'un manuel sur lequel le cours est basé.

6.2 Le concept de fonction, un savoir enseigné

Lorsque nous avons commencé nos observations, le chapitre avait déjà été abordé par les enseignants. L'introduction du concept de "relation" s'est faite via des exemples de correspondance entre les éléments de différents ensembles. La définition de relation s'en est suivie. Nos observations ont commencé avec l'introduction du concept de fonction.

Ce concept est introduit en partant du concept de relation. Des exemples ([42] pp 2-3) permettant de représenter deux relations sont proposés. La deuxième relation, donnée par "$f_1 =$« $2.x + 3$ », représente une fonction du premier degré que les élèves ont déjà rencontrée l'année scolaire précédente. Elle est destinée à mettre en évidence une propriété supplémentaire : "à chaque élément de l'ensemble de départ correspond au plus un élément de l'ensemble d'arrivée". La définition [42] de ce nouveau concept, conforme à ce que les programmes scolaires belges mentionnent, est donnée :

> « *Une **fonction** d'un ensemble A vers un ensemble B est une relation de A vers B telle que à tout élément de A correspond <u>au plus</u> un élément de B.* »

Extrait de cours de 4e générale de transition, [42], p. 3

1. Les deux périodes non filmées sont dues à un matériel défectueux.
2. Le lecteur pourra trouver ces feuilles en Annexe C de ce mémoire.

En plus de cette définition, le professeur signant donne un signe pour l'ostensif langagier "fonction" représenté par la FIGURE 6.1. Ce signe est reproduit plusieurs fois afin qu'Arthur puisse l'intégrer. Le professeur signant explique que ce signe a été pensé de la sorte car, lorsqu'on parle d'une fonction, on retrouve souvent cette notation.

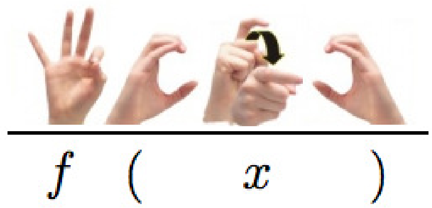


FIGURE 6.1 – Représentation du mot *fonction* par épellation de $f(x)$

Le concept de fonction est ensuite défini dans les trois registres de représentations sémiotiques : analytique, graphique et tableaux.

«

1. *On notera :* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to f(x)$, *où* $y = f(x)$ *est* ***l'expression analytique de la fonction****.*

2. *Le* ***graphe (cartésien)*** *d'une fonction réelle est l'ensemble des points du plan cartésien dont les coordonnées sont* $(x, f(x))$*.*

3. *Le* ***tableau de valeurs*** *d'une fonction réelle est un tableau reprenant certains couples* $(x, f(x))$ *de la fonction.*

»

Extrait de cours de 4e générale de transition, [42], p. 4

Les deux enseignants insistent sur le fait qu'il s'agit de trois manières différentes de représenter une fonction. Les élèves sont entraînés à passer d'un registre à l'autre comme, par exemple, lorsque la notion de "domaine de définition" est donnée. Les enseignants expliquent les manières graphique et analytique de procéder pour le trouver.

L'ostensif *one-to-one* [28] est utilisé pour la représentation analytique. Il est également précisé oralement, et ce par les deux enseignants, que, dans cet ostensif, la lettre x correspond à une variable de l'ensemble de départ à laquelle on fait correspondre la variable notée $f(x)$ de l'ensemble d'arrivée par la fonction notée f. Il est donc bien mentionné que les deux ostensifs scripturaux f et $f(x)$ ne font pas référence au même concept. Toutefois, même s'il s'agit de concepts différents, les signe utilisés pour signer une fonction et pour parler de son expression analytique $f(x)$ sont identiques.

Dans le chapitre suivant, nous donnerons une analyse critique du signe "fonction" afin de mettre en évidence les raisons pour lesquelles il serait judicieux d'utiliser un autre signe ou d'en créer un nouveau. Avant cela, nous allons, dans la section suivante, mettre en évidence les éléments particuliers de l'enseignement des mathématiques en LSFB que nous avons observés.

6.3 Enseigner les mathématiques à un élève sourd dans le cadre de l'enseignement bilingue

De manière générale, les cours que nous avons observés s'articulent, tout comme l'enseignement pour les élèves entendants, autour de quatre grands axes : les activités permettant d'amener les éléments théoriques, la théorie, les exercices permettant de mettre en pratique cette théorie et l'évaluation. Nous avons pu observer les éléments particuliers, relatifs à chaque axe, mis à part l'évaluation, que nous allons présenter. Dans les exemples que nous donnerons, nous nommerons souvent le professeur parlant P, le professeur signant PS et Arthur A.

A. <u>Re-formulation d'énoncés</u>

Les difficultés de compréhension d'une consigne ou d'un énoncé peuvent se trouver tant au niveau du français qu'au niveau de la langue des signes. Il est indispensable de prendre en compte le fait que la langue française est la langue d'étude mais également la langue écrite des apprenants sourds et que c'est par l'intermédiaire de la langue des signes qu'ils ont accès au contenu du cours. Il est important de travailler correctement les consignes car « *si elles ne sont pas comprises jusque dans leurs nuances, cela rend le transfert de compétences d'autant plus délicat. L'élève aura parfaitement acquis une procédure mais ne pourra pas gérer les variations, mêmes légères, des paramètres didactiques* »[31]. Il faut donc tenir compte de toutes ces difficultés linguistiques. Afin d'y pallier, il est possible d'avoir recours à une reformulation des consignes en utilisant d'autres explications sans les dénaturer afin qu'elles soient compréhensibles pour les élèves.

Lors de nos observations, nous avons pu observer une reformulation d'un énoncé, proposé par le professeur parlant, lors d'un exercice sur le domaine de définition et l'ensemble image d'une fonction dont voici l'énoncé :

Tracer le graphique d'une fonction vérifiant

1. $dom\ f = [-2, 2]$
   $Im\ f = \mathbb{R}^+$
2. $dom\ f = \mathbb{R}$
   $Im\ f =]-1, 0]$

Le PS demande à A s'il a compris ce qu'il fallait faire. Celui-ci répond que non. Le PS change alors la formulation de l'énoncé :

Avec $dom\ f = [-2, 2]$ et $Im\ f = \mathbb{R}^+$, on veut dessiner le graphique d'une fonction. Quelle fonction pourrait convenir ?

L'énoncé reste le même, seule la formulation est changée et A comprend ce qui lui est demandé.

B. Terminologie spécialisée

En mathématique, nous utilisons un langage spécifique qui amène des significations implicites comme par exemple "tracer" ou "construire". Le professeur de mathématiques peut donc être confronté à des élèves sourds qui ne connaissent pas ce vocabulaire.

Lorsque les élèves sourds sont confrontés à un énoncé en français, ils se retrouvent souvent dans la situation de traduire afin de le comprendre et, pour ce faire, peuvent par exemple avoir recours à différents processus ([31], p. 41) :

- similitude entre les radicaux : par exemple, « *le mot "justifier", s'il est rencontré, peut revêtir la signification de "ce qui doit être juste"* » ;
- similitude entre les mots : confondre par exemple les mots "littéral" et "littoral" ;
- polysémie [3] des mots : « *par exemple, le mot "propriété" peut être relié par le sens à une maison dont on est propriétaire ou quelque chose qui est propre* ».

Lors de nos observations dans la classe de première année du tronc commun en avril 2013, nous avons pu constater que l'enseignant signant, en plus de dispenser le cours de mathématiques, proposait aux élèves sourds des exercices les aidant à relier le vocabulaire écrit en français aux concepts mathématiques qu'ils représentaient mais également aux signes associés à ces concepts. Cela permet aussi à l'enseignant signant de travailler avec les élèves sourds sur l'orthographe des mots qu'ils emploient afin que ceux-ci ne soient pas transformés par constructions ou approximations en d'autres mots n'ayant plus rien à voir avec les notions mathématiques qu'ils manipulent.

Nos observations dans la classe bilingue de 4e générale de transition, nous ont permis de constater que l'enseignant donnait le vocabulaire mathématique qu'il crée en expliquant à Arthur pourquoi elle a choisi tel ou tel signe. Ainsi, par exemple, le professeur signant explique que le signe "racine d'une fonction" est la combinaison de deux signes : celui de "fonction" et celui de "racine d'une plante" comme l'indique la FIGURE 6.2.

3. La polysémie est la qualité d'un mot ou d'une expression qui a deux, voire plusieurs sens différents.

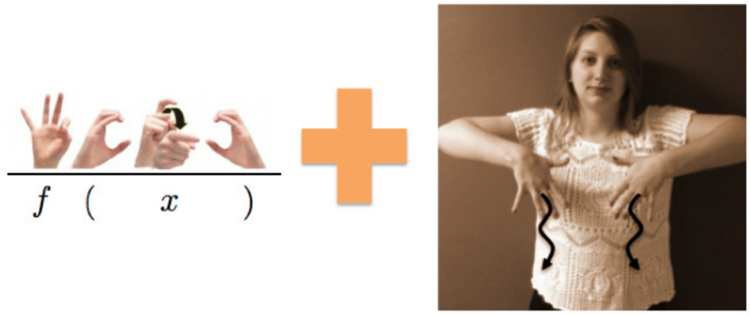


FIGURE 6.2 – Représentation des mots *racine(s) d'une fonction*

Le PS explique ce que sont les racines d'une fonction en indiquant qu'il s'agit des valeurs pour lesquelles le graphique de la fonction rencontre l'axe des abscisses. L'analogie peut donc être faite avec une plante (la fonction) dont les racines s'enfoncent dans la terre (l'axe des abscisses). Le signe "racine de plante" (à droite sur la FIGURE 6.2) peut donc être utilisé et associé au signe "fonction" et possède un sens mathématique.

Nous avons également eu l'occasion d'observer la proposition, ou plutôt l'évolution d'un signe venant d'Arthur. Le professeur signant avait, l'année scolaire précédente, proposé des signes correspondants d'opérateurs de comparaison : "strictement plus petit", "strictement plus grand", "plus petit ou égal" et "plus grand ou égal".

Les deux premiers opérateurs sont représentés par les FIGURES 6.3 et 6.4.

FIGURE 6.3 – Représentation de l'opérateur *strictement plus grand* en LSFB

FIGURE 6.4 – Représentation de l'opérateur *strictement plus petit* en LSFB

Afin d'illustrer l'utilisation des signes, nous donnons l'exemple représenté par la FIGURE 6.5. Nous signifions dans cet exemple que "8 est strictement plus grand que 7". Nous rappelons au lecteur que le signeur signe pour lui. Il faut donc penser à inverser les signes (effectuer une symétrie orthogonale) lorsque l'on reçoit le message.

FIGURE 6.5 – Représentation de la phrase "x est strictement plus grand que 8"

Afin d'obtenir les deux autres opérateurs, il suffisait de combiner les précédents avec le signe "égal" représenté par la FIGURE 6.6.

FIGURE 6.6 – Représentation du signe "égal"

Nous constatons que ces deux derniers signes sont des signes composés et qu'ils sont tous deux pertinents et immédiatement compréhensibles par les élèves sourds.

Arthur s'est donc approprié ces signes car il en avait compris le sens. Cependant, lors de nos observations, il a proposé au professeur signant deux autres signes plus simples et se réalisant en un seul mouvement pour les opérateurs "plus grand ou égal" et "plus petit ou égal". Ces signes sont représentés par les FIGURES 6.7 et 6.8.

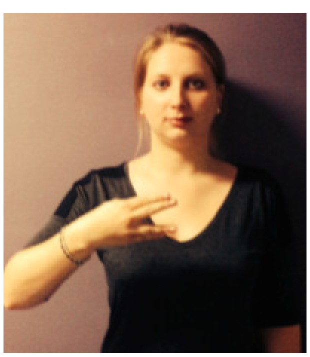


FIGURE 6.7 – Représentation de l'opérateur *plus grand ou égal* en LSFB

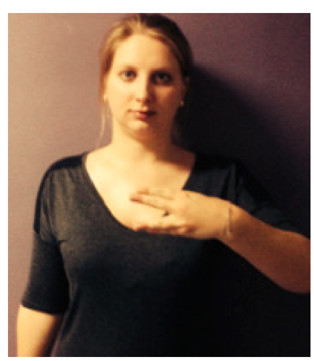


FIGURE 6.8 – Représentation de l'opérateur *plus petit ou égal* en LSFB

Grâce à ces modifications, les signes deviennent plus simples car chacun ne fait appel qu'à une seule main pour être réalisé mais surtout, cette simplification n'a rien enlevé à la signification, à la pertinence et à la compréhension du concept qu'ils représentent. Nous avons ainsi pu comprendre l'un des mécanismes d'évolution de signes.

C. Prise de notes

Lors de l'enseignement, il faut penser qu'un élève sourd doit prendre des notes et qu'il ne sait pas le faire en même temps qu'écouter les explications données par l'enseignant signant. De ce fait, le cours doit être alterné entre exposé et prise de note et l'enseignant doit laisser le temps à l'élève d'effectuer cette prise de note. Lors de nos observations, nous avons pu constater qu'il pouvait y avoir deux cas de figure possibles. D'une part, si le cours est donné par l'enseignant signant avec l'aide de feuilles polycopiées, il peut organiser à la convenance de l'élève l'alternance prise de note - explications. D'autre part, si le cours se donne au tableau par le professeur parlant sans feuilles de cours, l'enseignant signant doit laisser plus de temps pour que l'élève sourd puisse noter et donner les explications lorsque cela est possible.

La prise de note est importante pour l'élève sourd, il doit donc avoir le temps de pouvoir la réaliser.

D. Questionnement des autres élèves ou de l'enseignant parlant

Lors de nos observations nous avons pu constater qu'Arthur se trouvait, par facilité, au premier rang. Cependant, cette position comporte un inconvénient : lorsqu'un autre élève pose une question, il n'a pas l'occasion de savoir quelle est la question et qui la pose. Le professeur signant est donc aussi présent pour traduire les questions des autres élèves et y répondre. Nous avons pu observer l'exemple suivant :

> Lors de la lecture d'ensemble image à partir du graphique d'une fonction un élève pose la question suivante : pourquoi déplace-t-on l'équerre de bas en haut ? Le PS traduit la question à A et en profite pour lui demander s'il le sait. La question n'est pas comprise par A. Le PS la reformule en lui demandant d'abord :
>
> PS : Pourquoi, lors de la lecture du domaine de définition, la lecture se fait de gauche à droite ?
> A : Car c'est le sens de la lecture (signant la flèche de l'axe des abscisses).
> PS : Alors pourquoi, pour l'ensemble image, le sens est de bas en haut ?
> A : Car c'est le sens de la lecture de l'axe y (signant la flèche vers le haut)

Un autre exemple de question venant de l'enseignant parlant cette fois :

> Lors de la lecture graphique, le P demande combien d'ordonnée(s) à l'origine le graphique d'une fonction peut avoir. Le PS pose la même question à A. Un élève entendant répond qu'il peut y en avoir plusieurs. Le PS demande à A s'il est d'accord avec cette réponse. Pour finir, A répond qu'il ne peut y en avoir qu'une seule en justifiant que, s'il y en a plusieurs, ce n'est pas le graphique d'une fonction.

Comme ne venons de le constater, il est important que l'élève sourd garde un contact avec la classe dans laquelle il se trouve mais également qu'il suive le déroulement de ce qui s'y passe. D'une part, il ne se sentira pas renfermé sur lui-même et, d'autre part, les questions posées par les autres élèves ou l'enseignant parlant peuvent l'amener à se poser des questions et à mieux comprendre la matière enseignée.

E. Evaluation des acquis

L'évaluation des acquis est un moment important de l'apprentissage. Elle permet d'indiquer à l'enseignant si les élèves ont assimilé les connaissances qu'il a enseignées. Lorsque les consignes sont données en LSFB, une difficulté liée à l'iconicité peut apparaître. En effet, « *un des avantages à utiliser LSFB est qu'elle est iconique et qu'elle véhicule des concepts visuels* »([32], p.100). Cependant, ce n'est pas toujours un plus pour l'enseignement surtout au moment de l'évaluation des acquis car « *comment demander aux enfants de différencier la droite de la gauche ? Comment demander aux enfants la différence entre un parallélogramme et un rectangle ?* »[32]. Le caractère iconique de ces questions est trop important et donne malgré lui la réponse à la question posée. Il est donc nécessaire de recourir à un lexique spécialisé à l'enseignement, dans notre cas, celui des mathématiques.

L'évaluation fait partie de la dernière étape de la transposition didactique proposée par Develay [15] : le *savoir appris*. Nous n'avons malheureusement pas pu observer un tel phénomène. Cependant, nous présentons un exemple tiré de ([32], pp116-118). Il s'agit d'un exemple abouti de création de signe concernant la traduction des mots *pair* et *impair* par le groupe de réflexion sur la LSFB.

Avec les élèves francophones, bon nombre d'exemples permettent d'introduire les notions de *pair* et *impair*. Ainsi, l'enseignant s'exprimant en français peut se servir du vocable *paire de …*, pour introduire la notion de parité en mettant en avant qu'une paire de lunettes a deux verres, qu'une paire de ciseaux a deux lames ou encore que deux chaussettes forment une paire. Malheureusement, un enseignant en LSFB ne peut se baser sur la même approche pour introduire la notion de parité car, contrairement au français, il n'est pas possible de recourir à un élément lexical de la langue quotidienne et toujours identique pour décrire la parité. En effet, l'élément qui traduit l'idée de parité ne correspond pas forcément à un signe détaché du mot auquel il se rapporte. Ce n'est pas parce qu'il y a plusieurs mots en français que cela se traduit par plusieurs mots en langues des signes. Par exemple, pour traduire *paire de lunettes*, un seul signe en LSFB est utilisé pour représenter une paire de lunettes.

Dans le cadre d'une leçon de mathématiques, l'enseignant doit pouvoir, à un moment donné, parler des notions de *pair* et *impair* sans faire référence aux objets qui se présentent par paires. Spontanément, un élève sourd, pour montrer l'opposition entre les concepts *pair* et *impair*, procédera par énumération en signant respectivement "2, 4, 6" et "1, 3, 5" pour pair et impair. Mais en procédant de la sorte, comment un enseignant pourrait-il demander à un élève si 4 est un nombre pair sans formuler la réponse dans la question ?

Le groupe de réflexion sur la LSFB a réfléchi à cette problématique. Cette réflexion a abouti à une représentation pour les nombres pairs et impairs. Ainsi un nombre pair sera représenté par un mouvement vertical vers le bas utilisant deux configurations différentes de la main : le signeur place la paume de la main vers lui avec uniquement son index et son majeur tendus collés entre eux et effectue le mouvement vers le bas en séparant l'index du majeur. La FIGURE 6.9 représente le signe associé au mot *pair*.

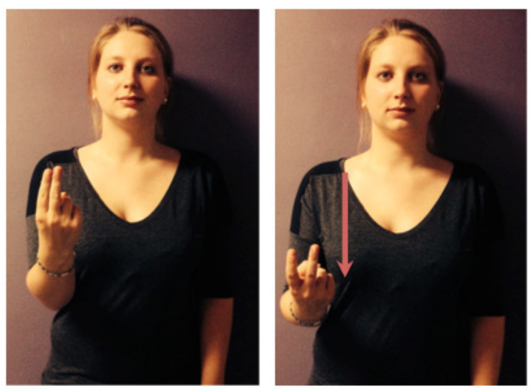


FIGURE 6.9 – Représentation du mot *pair*

Ce signe signifie que le nombre de départ (représenté par l'index et le majeur collés) peut se diviser en deux autres nombres entiers égaux. De plus, ce signe a deux propriétés intéressantes : l'inversion et la négation. L'inversion (mouvement inverse ; l'index et le majeur se rejoignent lorsque la main remonte) permet de signifier que deux nombres égaux forment ensemble un nombre pair. La négation permet de représenter un nombre impair par le même signe en lui ajoutant un mouvement d'opposition de la tête.

Toutefois, lors de nos observations, nous avons pu constater que le signe s'effectuait en commençant avec index et majeur écartés qui se rejoignent lorsque la main descend. Ce signe, montrant encore l'évolution de la langue, a été proposé par les élèves sourds au professeur signant.

La liste d'exemples que nous venons de proposer n'est bien sûr pas une liste exhaustive. D'autres situations auxquelles nous n'avons pas assisté peuvent se présenter en fonction d'un public différent ou d'une année scolaire différente. Cependant, cela permet de mettre en avant les difficultés que peuvent rencontrer les élèves sourds mais également les enseignants qui s'en occupent. Nous avons pu nous rendre compte qu'il y a de nombreux aménagements à mettre en place lorsque l'on enseigne les mathématiques en langue des signes.

Dans le dernier chapitre de ce mémoire, nous allons répondre à notre question de recherche et qui concerne un problème de terminologie spécialisé : celui du signe "fonction".

Chapitre 7

Un signe pour la notion de "fonction" en mathématiques

"Mon langage est aussi valable que le vôtre, plus valable même, parce que je peux vous communiquer en une image, une idée plus élaborée que vous pouvez le faire en cinquante mots."

Les enfants du Silence - Pièce de théâtre (1986) -

Dans ce chapitre, nous allons répondre à notre question de recherche. Nous rappelons au lecteur qu'elle portait sur l'association d'un signe à l'objet mathématique "fonction" afin que les connaissances liées à cet objet puissent être facilement mobilisables que ce soit dans les différents domaines mathématiques ou dans d'autres disciplines. Ce chapitre sera divisé en trois grandes parties. Nous porterons tout d'abord un regard critique sur le signe qui avait déjà été proposé par l'enseignant signant lors de nos observations dans la classe bilingue de 4e générale de transition de la Communauté scolaire Sainte-Marie de Namur en argumentant d'après notre analyse épistémologique, mais également nos analyses du savoir à enseigner pour représenter le concept de fonction en mathématiques ainsi que sa pertinence au sens mathématique. Nous passerons ensuite en revue deux signes utilisés pour la notion de fonction, l'un en langue des signes française (LSF) et l'autre en *American Sign Language* (ASL). Enfin, nous proposerons, nous-mêmes, deux signes afin de représenter ce concept.

7.1 Création du signe "fonction" en classe bilingue

Nos observations, à l'école de la Communauté scolaire Sainte-Marie de Namur ont commencé par un cours où la notion de fonction était définie. Pour tous les élèves (entendants ou sourds) de la classe que nous avons observée, le concept de fonction était inconnu. Les élèves entendants avaient un avantage par rapport à Arthur dans le sens où l'ostensif verbal utilisé pour parler de ce concept était déjà connu en français. Pour Arthur, il n'y avait pas d'ostensif gestuel et le mot fut donc écrit au tableau et pointé sur sa feuille. Ensuite, les deux enseignants (parlant et signant) ont expliqué la notion de fonction à leurs élèves dont nous rappelons ici la définition qui est tirée de ([42], p.3).

Définition 7.1.1 *Une **fonction** d'un ensemble A vers un ensemble B est une relation de A vers B telle que à tout élément de A correspond au plus un élément de B.*

Etant donné que le programme scolaire (explicité au chapitre 4) fait mention des fonctions de référence notées à l'aide de l'ostensif $f(x)$ et que les exemples d'expressions analytiques de fonctions qui sont donnés en cours utilisent ce même ostensif, il a été naturel pour l'enseignant signant de l'utiliser comme signe pour le mot "fonction". Ce signe est représenté par la FIGURE 7.1.

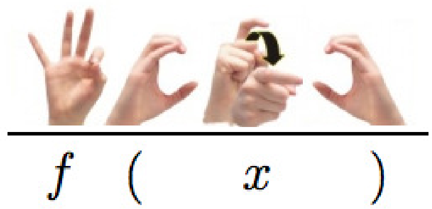


FIGURE 7.1 – Représentation du mot *fonction* par épellation de $f(x)$

Comme nous le constatons, ce signe est créé par l'intermédiaire de la dactylologie [1]. En effet, il s'agit donc de l'épellation de $f(x)$. A notre sens et avec tous les éléments mis en avant dans les chapitres précédents, il nous apparait que cette proposition de signe possède avantage et inconvénient.

L'avantage est que le signe a tout de suite été approprié par Arthur. D'après le professeur signant, le lien entre le signe et le concept est apparu immédiatement du fait qu'à chaque fois qu'il manipulait une fonction par son expression analytique il était question de $f(x)$. De plus, tant pour le professeur signant que pour Arthur, ce signe est considéré comme un tout et non comme une épellation. Lorsqu'il est signé, on le perçoit donc comme une image.

Le signe présente également un inconvénient. Comme nous l'avons mentionné dans le chapitre 4, l'ostensif $f(x)$ représente l'image de la variable x par la fonction f. Il s'agit donc d'une variable numérique et non d'une fonction. Dès lors, si nous voulons parler d'une fonction, par exemple de la vitesse notée v, et que l'on précise son expression analytique dépendant du temps, il faudrait alors signer $f(x)\,v(t)$ ce qui se traduirait par "l'expression analytique de la fonction v". Cette manière de procéder pourrait embrouiller la compréhension de ce qui serait demandé. Parle-t-on de f ou de v ? La variable indépendante est-elle x ou t, etc ?

L'analyse épistémologique nous a fait prendre conscience que la notion de fonction a d'abord émergé dans le registre géométrique avant de passer dans le registre analytique et qu'il était d'usage d'utiliser l'ostensif scriptural $f(x)$ (anciennement Φx), il est donc tout a fait normal de se heurter aux mêmes obstacles que ceux qu'ont rencontrés les grands mathématiciens lorsqu'ils tentaient de définir ce concept. De plus, nous avons constaté que le programme du Segec pour la quatrième année générale et technologique [56], programme de cours utilisé par

1. Cf. Chapitre 1 : création de nouveaux signes

la Communauté scolaire Sainte-Marie de Namur, mentionne l'ostensif scriptural $f(x)$ pour parler d'une fonction. Cela renforce encore l'idée de pouvoir nommer une fonction par cet ostensif.

Pour finir, d'un point de vue didactique, même si l'on mentionne la différence entre ces deux ostensifs scripturaux et que les élèves renvoient des signaux de compréhension, nous ne pouvons jamais être certains qu'ils ont saisi cette différence. De ce fait, nous ne pouvons pas les laisser dans le doute. L'utilisation du même signe, pour parler à la fois d'une fonction et de l'image d'une variable par une fonction, amènera, si ce n'est pas directement, par la suite, des incompréhensions de matière.

Nous savons maintenant que nous ne pouvons pas utiliser l'ostensif $f(x)$ pour parler d'une fonction. Il faudrait donc trouver un signe qui soit indépendant du nom de la fonction et des variables utilisées.

7.2 Le signe "fonction" dans d'autres langues des signes

Comme nous l'avons mentionné dans le premier chapitre [2], il se peut que certains signes en LSFB soient empruntés à une autre langue des signes d'une autre région ou d'un autre pays tout comme le français emprunte des mots à l'anglais (exemples : week-end, sandwich, etc) et inversement. C'est pourquoi nous nous sommes tournés vers deux langues des signes : la *langue des signes française* (LSF) et l'*American Sign Language* (ASL). Dans ces deux langues, nous avons pu constater que le signe pour le concept de "fonction" en mathématiques existait. Nous allons présenter ces signes avant de les analyser.

7.2.1 Le signe "fonction" en LSF

Nous avons, dans un premier temps, effectué des recherches sur Internet en langues des signes française (LSF). Ces recherches nous ont amenés au *Répertoire lexical LSF de l'Institut des Jeunes Sourds de Bourg-la-Reine*[57]. Ce site propose des signes « *relevant du vocabulaire scolaire* » en mathématique et en français, soit déjà existants en LSF, soit créés par le groupe de recherche de l'Institut. Dans la section mathématique, nous avons pu trouver le signe pour le concept de "fonction numérique [3]" représenté par la Figure 7.2.

2. Cfr. Chapitre 1 : création de nouveaux signes
3. Une fonction numérique est, de manière générale, une fonction d'une variable réelle et à valeurs réelles. Il s'agit des fonctions que manipulent les élèves de l'enseignement secondaire.

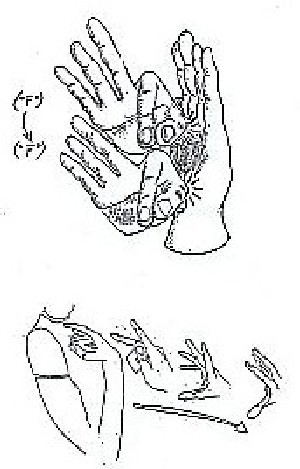


FIGURE 7.2 – Représentation du concept de *fonction numérique* en LSF

Ce signe est composé de deux parties. La première partie, signifiant "fonction", est réalisée en signant la lettre "f" avec la main dominante touchant deux fois, en haut et puis en bas, la paume de la main dominée positionnée verticalement, doigts serrés et tendus. La seconde partie, signifiant "numérique", est une adaptation du signe "nombre" en LSF : la main dominante, fermée, avec l'index tendu, part de l'épaule et s'ouvre, un doigt après l'autre, en partant du pouce, en allant vers l'avant [4].

En ce qui nous concerne, nous avons envisagé le concept de fonction dans le cadre général même s'il est vrai qu'en secondaire les élèves ne rencontrent que des fonctions à valeurs réelles. C'est pourquoi nous allons nous concentrer sur la première partie.

7.2.2 Le signe "fonction" en ASL

Nous avons ensuite effectué des recherches sur le site *Texas Math Sign Language Dictionary* proposé par *The Educational Resource Center on Deafness* [59], un site américain proposant un dictionnaire de plus de 500 mots relatifs aux mathématiques, d'une part en *American Sign Language* (ASL), langue des signes américaine mais également en *Signed Exact English*, l'équivalent anglais du français signé chez nous. Bien évidemment, nous nous sommes concentrés sur les signes en ASL. Le signe proposé par le site pour le concept de fonction est donné par la FIGURE 7.3.

4. En LSF, le signe "nombre" est identique mis à part qu'il part du ventre et non de l'épaule.

FIGURE 7.3 – Représentation du concept de *fonction* en ASL

Il s'agit également d'un signe, comme celui proposé en LSF, formé par la première lettre du mot "function[5]" accompagné d'un mouvement. Il est réalisé en représentant la lettre "f[6]" avec la main dominante qui passe trois fois au-dessus de la main dominée fermée à l'exception de l'index qui est tendu.

7.2.3 Analyse des signes

Nous constatons que dans les deux cas que nous avons présentés, il s'agit d'un signe standard. En effet, il est créé en utilisant la première lettre du mot "fonction" à laquelle on donne un mouvement.

Ce signes proposés peuvent tous deux nous convenir. En effet, il semble qu'ils fassent référence, en langage naturel, à l'ostensif de fonction et donc ne prennent pas en compte le nom de la fonction. Il n'y a donc pas de référence aux ostensifs f, représentant le nom de la fonction ou $f(x)$, représentant l'image de la variable indépendante x par la fonction f. Ces signes présentent donc trois avantages majeurs. Tout d'abord, les élèves évitent de faire la confusion entre les deux ostensifs f et $f(x)$. Ils peuvent ensuite être utilisés pour désigner n'importe quelle fonction sans qu'il ne puisse y avoir de confusion comme nous le montre l'exemple de la FIGURE 7.4 pour le signe présenté en LSF. Nous constatons qu'il ne peut y avoir d'amalgame entre le concept de fonction et le nom que porte celle-ci. Pour finir, le concept de fonction ainsi signé pourrait donc être aussi bien mobilisable dans les domaines mathématiques que dans d'autres disciplines telles que la physique, mais aussi à tous les niveaux de l'enseignement : secondaire ou supérieur.

5. Fonction en français.
6. Nous avons adapté le signe à l'alphabet en LSFB. En effet, la lettre "f" se signe différemment en ASL.

FIGURE 7.4 – Représentation des mots "la fonction v" en LSF

Dans cette section, nous venons de présenter deux signes, qui ne sont certes pas iconiques, mais qui pourraient convenir suivant les critères que nous avons fixés de par notre analyse. Nous avons également tenté de rechercher des équivalents de ces signes dans d'autres langues des signes. Nous avons poussé nos recherches sur d'autres dictionnaires en ligne. Cependant les dictionnaires en *Lingua dei segni italiana* (LSI), la langue des signes italienne, en *Deutsche Gebärdensprache*, la langue des signes allemande, la langue des signes québécoise (LSQ) et en *British Sign Language* (BSL), la langue des signes britannique, ne présentent pas de signe pour le concept de fonction. Le dictionnaire de la *Vlaamse Gebarentaal* (VGT), la langue des signes flamande, propose un signe pour le mot *functie* qui dans ce cas signifie "tâche dans un travail" et qui se signe de la même manière que le mot "travail" en LSFB. Pour finir, nous avons trouvé un signe pour le concept de fonction en *Lenguaje de Señas Españolas* (LSE), la langue des signes espagnole. Cependant, ne disposant pas de référent en LSE, il nous a été impossible de le comprendre dans sa totalité.

7.3 Nos propositions du signe "fonction"

Dans cette section, nous allons proposer deux signes pour le concept de fonction en mathématiques. Pour créer ces deux signes, nous avons pris en compte la première étape du processus proposé par I. Fusellier-Souza dans [21]. Nous avons pris en compte les spécificités et propriétés du concept de fonction en mathématiques afin de créer deux signes iconiques.

7.3.1 Première proposition

Pour cette première proposition, nous avons pris en considération la définition donnée précédemment. Il est question d'un ensemble de départ A et d'un ensemble d'arrivée B avec une correspondance d'au plus un élément de l'ensemble B pour tout élément de l'ensemble A.

Nous avons donc choisi de représenter gestuellement ces éléments. Le signe que nous proposons est représenté par la FIGURE 7.5.

FIGURE 7.5 – Représentation de notre première proposition du signe *fonction*

Ce signe se décompose en trois parties : la première représente l'ensemble A à l'aide du signe "ensemble", la seconde représente l'ensemble B par ce même signe et la troisième représente la correspondance entre les deux ensembles tracée à l'aide de l'index de la main dominante.

Ce signe présente des avantages : tout d'abord, il se base sur la définition du concept et ne prend plus en compte les représentations analytiques d'une fonction particulière. Il n'y a donc plus de confusion à craindre entre les ostensifs f et $f(x)$. Ensuite, il est transférable d'un cadre à un autre ou d'une discipline à une autre sans devoir être modifié. Pour finir, ce signe est dans la logique d'iconicité de la LSFB car il y a bien une ressemblance entre le signe et l'objet qu'il désigne.

L'inconvénient majeur que ce signe pourrait présenter est qu'il nécessite trois mouvements et, de ce fait, pourrait sembler long à exécuter.

7.3.2 Deuxième proposition

Dans une autre optique, nous sommes partis du concept de relation mentionné dans la définition du concept de fonction. Enonçons tout d'abord la définition de relation tirée de ([42], p.2).

Définition 7.3.1 *Une **relation** d'un ensemble A vers un ensemble B établit un lien entre certains éléments de l'ensemble A et certains éléments de l'ensemble B.*

La FIGURE 7.6 nous donne la représentation du signe relation (non pris dans le sens mathématique) en LSFB.

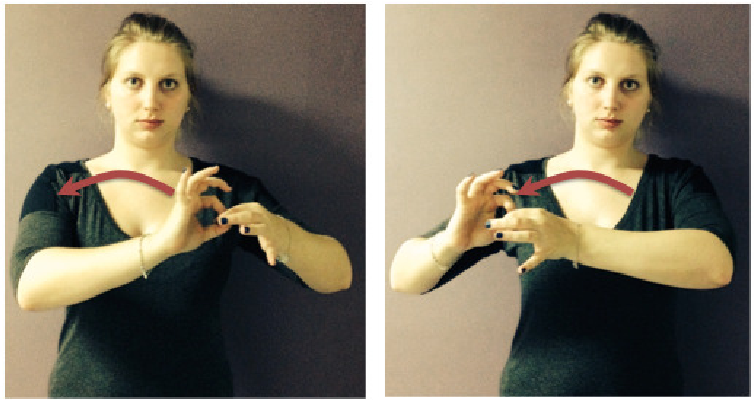


FIGURE 7.6 – Représentation du mot *relation* en LSFB

Nous trouvons que ce signe pourrait également être utilisé pour transcrire le concept de relation en mathématiques car, d'un point de vue iconique, il met en évidence le passage d'un ensemble de départ A suggéré par la position initiale des mains à un ensemble d'arrivée B suggéré par leur position finale. Les doigts, hors index et pouce, de par leur écartement et leurs positions tendues indiqueraient les liens qui peuvent exister entre les éléments de A et de B. De plus, en parcourant le dictionnaire *Texas Math Sign Language Dictionary*, nous avons constaté que les personnes l'ayant construit ont également pris le signe de *reliationship* (relation entre des personnes) pour signer le concept de relation en mathématiques.

En ce qui concerne le signe pour le concept de fonction en mathématiques, il serait une adaptation du signe "relation". En effet, dans la définition 7.1.1, il est bien précisé qu'une fonction est une relation. Nous gardons donc le signe de relation en précisant qu'il ne peut y avoir au plus qu'une correspondance pour tout élément de l'ensemble de départ en ajoutant le signe "1" au signe "relation" comme l'indique la FIGURE 7.7.

FIGURE 7.7 – Représentation de notre deuxième proposition du signe *fonction*

Ce signe présente donc certains avantages. Tout d'abord, comme nous l'avons déjà mentionné, il est dans la continuité du signe de relation auquel nous avons ajouté une propriété. Cela permet aux élèves de garder en mémoire qu'une fonction est bien une relation avec une propriété particulière : la correspondance d'un élément de l'ensemble de départ avec au plus un élément dans l'ensemble d'arrivée. De plus, toujours dans une optique de continuité, ce signe pourrait continuer à être adapté pour représenter les concepts d'application, d'injection, de surjection, de bijection, etc, différentes notions qui sont au programme de la cinquième année. Ensuite, ce signe est "simple" car il s'effectue en un seul mouvement des mains. Enfin, il reprend les avantages énoncés lors de notre première proposition : iconicité, transférabilité, etc.

Dans ce dernier chapitre, nous avons tenté de répondre au mieux à notre question de recherche en faisant quatre propositions de signes pour le concept de fonction en mathématiques. Bien évidemment, nous sommes conscients que ces propositions n'appartiennent qu'à la première étape du processus de création et de stabilisation lexicale en langue des signes[21] que nous avons développé au chapitre 5. Pour que ces signes persistent et soient adoptés par l'ensemble des élèves sourds ayant besoin d'un lexique en mathématiques, il faut donc les tester auprès de ces personnes. L'usage et la transmission de ces signes, s'ils sont adoptés, permettront de rendre compte d'une évolution possible dans le temps. Car, comme nous l'avons montré précédemment, ce n'est que par l'utilisation et l'évolution qu'un signe tend à se stabiliser.

Conclusion et perspectives

Nos observations d'une classe bilingue de la Communauté scolaire Sainte-Marie de Namur nous ont poussés à nous intéresser à la création d'un signe pour le concept de fonction en mathématiques. Nous avons donc effectué une étude didactique de ce concept au travers du processus de transposition didactique qui a été notre fil conducteur tout au long de ce mémoire. L'analyse épistémologie du concept de fonction nous a permis de mettre en évidence les obstacles rencontrés avant d'aboutir à la définition actuelle. Nous nous sommes également intéressés aux ostensifs f et $f(x)$ qui ont longtemps été considérés comme représentant la notion de fonction. Nous investigations des programmes ainsi que des manuels scolaires belges nous ont permis de constater que, si la définition du concept de fonction était bien présente, la distinction entre les deux ostensifs ne transparaissait pas clairement et prêtait à confusion.

En tenant compte de toutes nos analyses, nous avons pu répondre à notre problématique principale qui était de proposer un signe à associer à l'objet mathématique "fonction" afin qu'il puisse être employé quel que soit le domaine mathématique, quelle que soit la discipline considérée. Pour ce faire, nous avons modestement présenté quatre propositions de signe pour ce concept : deux signes standards venant de la LSF et de l'ASL ne prenant en compte que la première lettre du mot "fonction" et deux signes iconiques prenant en compte la définition du concept. Nous avons effectué une étude la plus détaillée possible du concept de fonction et nous avons proposé quatre signes pouvant le représenter. Toutefois, nos reflexions ne peuvent être considérées comme terminées. Il est important d'envisager une perspective à notre étude : l'utilisation en classe bilingue des signes proposés en prenant en compte l'avis des enseignants signants, ceux des élèves sourds et en observant la vie de ces signes en classe. En effet, c'est grâce à cette analyse supplémentaire que nous pourrons constater la manière dont les élèves s'approprient les signes et/ou les font évoluer. Pour finir, il serait également important de s'intéresser au *savoir appris* en étant vigilants et en s'assurant que les élèves n'ont pas seulement intégré le signe mais bien le concept qu'il représente.

Nous avons conscience que ce mémoire constitue un chevauchement entre, d'un côté la didactique des mathématiques, et, de l'autre, la LSFB. A travers ce mémoire, nous sommes heureux d'avoir pu présenter une contribution aux recherches relatives à la reflexion sur le vocabulaire mathématique en langue des signes de Belgique francophone dans le cadre de l'enseignement bilingue français - LSFB.

Bibliographie

[1] Ancia P., Descy J., Dewaele P., Grondal C., Want A., *Le nouvel Actimath 3, manuel*, 1e édition 2009, Van In, Wavre

[2] Antoine P., Descy J., Goffin M., Van Hooste C., Actimath 4, Manuel B, 2e édition 2008, Van In

[3] Bianchi G., Hausmann S., Sartiaux P., Van Dieren F., *CQFD Maths 3e, Manuel*, Edition De Boeck, 2010

[4] Bonnet M., Mangeret T., Nowak M., *Mathématiques et surdité : l'accueil des enfants sourds et malentendants en classe ordinaire ou spécialisée*, CRDP de l'académie de Lyon, 2010.

[5] Bonucci A., *Analyse phonologique et indexation figurative pour une base de données d'entrées lexicales de la Langue des Signes Française*, Université Lumière, Lyon 2, février 1998

[6] Brugeille J.-L., *Langue des signes surdité et accès au langage*, Collège André Malraux, Ramonville-Saint-Angne, Association Les Iris

[7] Centre de documentation administrative, *Décret organisant l'enseignement spécialisé*, Centre de documentation administrative, Secrétariat général, paru le 3 mars 2004, mis à jour au 5 février 2009

[8] Centre de documentation administrative, *Décret modifiant certaines dispositions relatives à l'enseignement spécialisé, à l'enseignement fondamental ordinaire, à l'enseignement secondaire ordinaire et aux Centres psycho-médico-sociaux*, Centre de documentation administrative, Secrétariat général, paru le 17 octobre 2013.

[9] Charlier E., Romainville M., *Psychopedagogie*, FAGRM402, année 2013-2014, Université de Namur

[10] Chevallard Y., *La transposition didactique - Du savoir savant au savoir enseigné*, Grenoble : La pensée Sauvage, 1985, p. 39

[11] Chevallard Y., *Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique*, IUFM et IREM, Aix-Marseille, février 1994

[12] Clerc J.-B., Minder P., Roduit G., *La transposition didactique*, Haute-Ecole pédagogique, Lausanne, Suisse, 2006

[13] Cloix M., *L'apprentissage de la langue des signes française chez les sujets entendants : quelles sont les difficultés à maitriser une langue gestuelle*, Université Stendhal, Grenoble 3, Grenoble, année 2009-2010

[14] Cuxac C., *La langue des signes française (LSF) ; les voies de l'iconicité*, Faits de langues 15/16, Ophrys, Paris, 2000

[15] Develay M., *Pour une épistémologie des savoirs scolaires*, Université Lumière Lyon-2, Octobre 1993

[16] Douady R., *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques* université de Paris VII, 1984

[17] Duquesne-Belfais F., Bertin F., *Etre et accueillir un adolescent sourd au collège*, INS HEA

[18] Duquesne-Belfais F., *Activité et langages dans la conceptualisation mathématique. Des apprentissages des élèves sourds à la formation de leurs enseignants.*, Université des sciences et technologies de Lille, Lille 1, 2007

[19] Duval R., *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée*, IREM, Strasbourg, 1993

[20] Duval R., *La conversion des représentations : un des deux processus fondamentaux de la pensée*, Du mot au concept conversion : le Séminaire, Collection "Sciences de l'éducation", presses universitaires de Grenoble, pp 12-14

[21] Fusellier-Souza I., *Processus de création et de stabilisation lexicale en langues des signes (LS) à partir d'une approche sémiotique*, Université de Paris 8, Glottopol, revue de sociolinguistique en ligne, janvier 2006

[22] Glottopol, *Les Langues des Signes (LS) : recherches sociolinguistiques et linguistiques*, Revue de sociolinguistique en ligne, numéro 7, janvier 2006

[23] Goiran, H., Changements de cadres et de registres, IUFM, Académie de Montpellier, année 2001-2002

[24] Giot J., Schotte J-C, Huvelle D., *Surdité, Différences, Ecritures : Apports de l'anthropologie clinique*, Le langage des sourds revisité, De Boeck Université, Paris-Bruxelles, 1997, pp 115-141.

[25] Institut national de prévention et d'éducation à la santé (INPES), *La surdité de l'enfant. Guide pratique à l'usage des parents*, Dossiers Varia, Ed. INPES, Octobre 2005

[26] Jeggli F., *L'interprétation français / LSF à l'université*, Université de Paris 8, Serac, Persée : revue scientifique, 2003

[27] Jouison P., *Ecrits sur la langue des signes française*, Paris : l'Harmattan, 1995

[28] Krysinska M., Schneider M., *Emergence de modèles fonctionnels*, Les éditions de l'Université de Liège, 2010, pp 35-129

[29] Lepot-Froment C., Clerebaut N., *L'enfant sourd : communication et langage*, De Boeck Université, Bruxelles 2004

[30] Marlière G., *Quelle éducation pour l'enfant sourd ?*, Secrétaire Nationale de l'ASPH, 23 août 2010

[31] Mas Leroux V., *Enseigner les mathématiques auprès d'élèves sourds, le préalable linguistique*, Repères - IREM, n°84, juillet 2011

[32] Meurant L., Zegers De Beyl, Groupe de réflexion sur la LSFB, *Dans les coulisses d'un enseignement bilingue à Namur*, Presses universitaires de Namur, 2009, pp 91-105.

[33] Perea F., Morenon J., *Le sauvage et le signe : Les enseignements de l'histoire de Victor de l'Aveyron*, Nervure - Journal de psychiatrie, tome XVII n°9, décembre 2014 / janvier 2005

[34] Sallandre M.-A., *Linguistique descriptive de la LSF : sensibilisation du modèle théorique de C. Cuxac*, Université de Paris 8, 2005

[35] Sartiaux P., Van Dieren F., *CQFD Maths 3e, Manuel*, Edition De Boeck, 2010

[36] Sermier Dessemontet R., *Les effets de l'intégration scolaire sur les apprentissages d'enfants ayant une déficience intellectuelle. Une étude comparative.* Thèse de doctorat, Université de Fribourg, Janvier 2012, Suisse, pp 57-62

[37] Sero-Guillaume P., *Langue des signes surdité et accès au langage*, Editions du Papyrus, Juin 2008, pp 165-201.

[38] Sonnemans B., *Cours de langue des signes*, Université de Namur, 2012-2013.

[39] Terrat H., *Le projet Labiao, Perspectives pour la scolarisation de jeunes sourds sévères et profonds*, Université de Paris 8, Septembre 2006

[40] UPCM, *L'histoire du concept de fonction au XVIIIe siècle et le problème des cordes vibrantes*, Histoire des sciences mathématiques, Master Mathématiques et applications : Enseignement et formation, Paris, Novembre 2011

[41] Wauthier C., *Introduction à la langue des signes*, Cours du soir organisé par l'Université de Namur, 2008-2011.

[42] Xhonneux S., *Généralités sur les fonctions*, cours de 4 général de transition, Communauté Scolaire Sainte-Marie Namur, Année académique 2013-2014

[43] Xhonneux S., *Regard institutionnel sur la transposition didactique du Théorème de Lagrange en mathématiques et en économie*, Namur : Presses Universitaires, 2011

Sitographie

[44] Association Pisourd, *Evolution de la langue des signes*, publié le 6 février 2009, site consulté le 18 mai 2014,
http://www.pisourd.ch/index.php?retour=191904\&theme=104\&theme_parent=1

[45] De Zusters van O.L.V.-ten-Bunderen, *De doven- en blindenschool (1834-1838)*2007-2013, consulté le 14 avril 2013
http://www.nieuwsbronnen.com/tenbunderen/doofstommenschool.html

[46] Ecole et Surdité asbl, *Projet de l'association, Esprit général du projet*, consulté le 4 juillet 2014.
http://www.ecoleetsurdite.be/?es=EspritGeneral

[47] Forum Math93, Une histoire des Mathématiques ; *Histoire de notion de fonction*, mis à jour le 3 septembre 2013, consulté le 23 mars 2014
http://www.math93.com/index.php/histoire-des-maths/notions-et-theoremes/les-developpements/318-histoire-de-la-notion-de-fonction?showall=\&limitstart=

[48] Gralon, Audrey, *La langue des signes : histoire et caractéristiques*, mai 2012, consulté le 3 mai 2013
http://www.gralon.net/articles/enseignement-et-formation/cours/article-la-langue-des-signes---histoire-et-caracteristiques-1626.htm\#histoire

[49] *Langue des signes*, créé en octobre 2007, consulté le 13 avril 2013
http://www.langage-des-signes.com/

[50] Manitoba, Education and Advanced Learning, Éducation Manitoba *Perte auditive*, site consulté le 1 juillet 2014
http://www.edu.gov.mb.ca/m12/frpub/enfdiff/sourds/guide_res_ens/docs/\\perte_aud.pdf

[51] Millet A., *La langue des signes française (LSF) : une langue iconique et spatiale méconnue*, Mars 1999, consulté le 4 mai 2013
http://apliut.revues.org/3326\#ftn15

[52] Ministère de la Communauté française, *Compétences terminales et savoirs requis en mathématiques-Humanités générales et technologiques*, publié en 1999, consulté le 23 juillet 2014,
http://www.enseignement.be/download.php?do_id=503\&do_check=

[53] Programme de l'enseignement officiel organisé par la Communauté française, *Enseignement secondaire ordinaire de plein exercice, premier degré, 1e année A, 2e année commune, Mathématiques*, publié en 2007, consulté le 22 juillet 2014, Ref.10/2000/240,
http://www.wallonie-bruxelles-enseignement.be/prog/360-2007-247.pdf

[54] Programme de l'enseignement officiel organisé par la Communauté française, *Enseignement secondaire ordinaire de plein exercice, humanités générales et technologiques, enseignement général et technique de transition, deuxième degré, Mathématiques*, publié en 2000, consulté le 22 juillet 2014, Ref. 39/2000/240,
`http://www.wallonie-bruxelles-enseignement.be/prog/39-2000-240.pdf`

[55] Programme de l'enseignement catholique (SEGEC), *Enseignement secondaire, Mathématiques, premier degré commun*, publié en 2010, consulté le 22 juillet 2014, Ref. D/2010/7362/3/08,
`http://admin.segec.be/documents/5921.pdf`

[56] Programme de l'enseignement catholique (SEGEC), *Humanités générales et technologiques, Mathématiques, deuxième degré*, publié en 2008, consulté le 22 juillet 2014, Ref. D/2008/7362/3/38,
`http://admin.segec.be/documents/4472.pdf`

[57] Repertoire lexical LSF de l'Institut des Jeunes Sourds de Bourg La Reine, *Répertoire lexical français / langue des signes française [LSF] - Les mathématiques*, publié en 2008, consulté le 29 juillet 2013,
`http://ijs.92.dico.free.fr/maths/index.html`

[58] *Types et formes de l'enseignement spécialisé*, site consulté le 23 juillet 2014,
`http://www.enseignement.be/index.php?page=25191`

[59] The Educational Resource Center on Deafness, *Texas Math Sign Language Dictionary*, publié en juillet 2007, dernière mise-à-jour en juin 2014, consulté le 29 juillet 2014,
`http://www.tsdvideo.org/index.php`

Annexe A

Types de l'enseignement spécialisé

Le tableau suivant, repris de [58], détaille, par niveaux scolaires, les huit types d'enseignement organisés par l'enseignement spécialisé.

types d'enseignement	niveau maternel	niveau primaire	niveau secondaire	s'adressent aux élèves présentant
1		X	X	un retard mental léger
2	X	X	X	un retard mental léger modéré ou sévère
3	X	X	X	des troubles du comportement
4	X	X	X	des déficiences physiques
5	X	X	X	des maladies ou sont convalescents
6	X	X	X	des déficiences visuelles
7	X	X	X	des déficiences auditives
8		X		des troubles des apprentissages

FIGURE A.1 – Types d'enseignement organisés par l'enseignement spécialisé [58]

Annexe B

Répertoire des signes mathématiques observés

Le repertoire repris dans cette annexe reprend des signes mathématiques utilisés par l'enseignant signant pendant nos observations dans la classe bilingue de quatrième secondaire générale de transition de la Communauté scolaire Sainte-Marie de Namur.

Nous présentons les signes classés par ordre alphabétique.

A

Accolade(s)

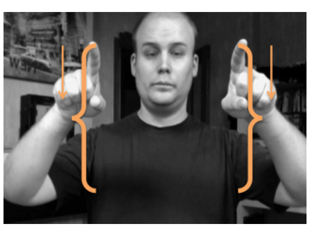


Figure B.1 – Représentation du mot *accolade(s)* en LSFB

Le signe "accolade(s)" est obtenu traçant une accolade avec l'index d'une ou des deux mains suivant la situation considérée : système d'équations, ensemble solution, etc.

C

Condition(s) d'existence

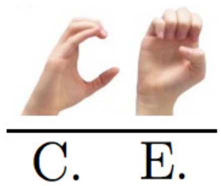


Figure B.2 – Représentation des mots *Condition(s) d'Existence* en LSFB

Ce signe est obtenu par épellation des lettes C et E signifiant respectivement "condition(s)" et "existence". Cette abréviation est également celle utilisée en mathématiques pour les entendants.

Constante

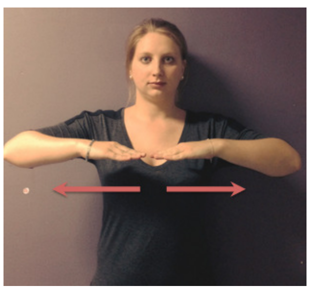


Figure B.3 – Représentation du mot *constante* en LSFB

Ce signe est à utiliser lorsque l'on parle du type de fonction ou pour catégoriser la croissance d'une fonction. Il s'obtient en plaçant les bras et les mains à l'horizontale. Les mains sont tendues, paumes vers le sol et les doigts sont collés. On écarte ensuite les deux mains.

Crochet

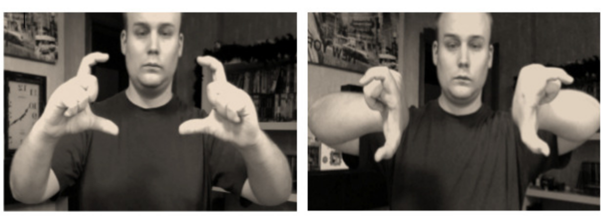


Figure B.4 – Représentation des *crochets mathématiques* en LSFB fermés à gauche et ouverts à droite

Les crochets se forment avec le pouce et l'index. Les autres doigts sont repliés. Il est possible de combiner les signes pour avoir un des intervalles fermés d'un côté et ouvert de l'autre.

Croissance

Figure B.5 – Représentation de la *croissance* en LSFB

Ce signe se réalise avec la main gauche tendue (lecture graphique de gauche à droite), les doigts collés entre eux. La main monte signifiant la croissance avant d'arriver à l'horizontale signifiant que la croissance n'est pas stricte.

Croissance stricte

Figure B.6 – Représentation de la *croissance stricte* en LSFB

Ce signe possède la même configuration de la main que le précédent. La main remonte avec un mouvement rapide, accentué par les yeux plissés et sourcils froncés indiquant la rapidité du mouvement afin de représenter la croissance stricte.

D

Décroissance

Figure B.7 – Représentation de la *décroissance* en LSFB

Ce signe se réalise avec la main gauche tendue (lecture graphique de gauche à droite), les doigts collés entre eux. La main descend signifiant la décroissance avant d'arriver à l'horizontale signifiant que la décroissance n'est pas stricte.

Décroissance stricte

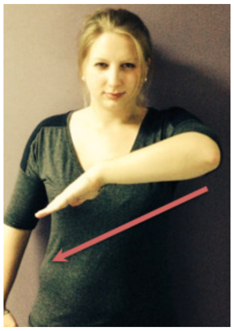


Figure B.8 – Représentation de la *décroissance stricte* en LSFB

Ce signe possède la même configuration de la main que le précédent. La main descend avec un mouvement rapide, accentué par les yeux plissés et sourcils froncés indiquant la rapidité du mouvement afin de représenter la décroissance stricte.

Domaine de définition

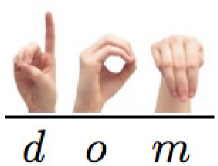


Figure B.9 – Représentation des mots *domaine de définition*

Ce signe est obtenu par dactylologie des lettres D, O et M. Il s'agit de l'épellation de l'ostensif scriptural qui est utilisé pour représenter le domaine de définition d'une fonction.

E

Ensemble image

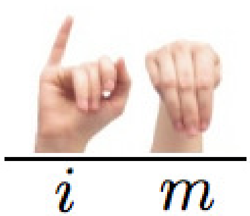


Figure B.10 – Représentation des mots *ensemble image*

Ce signe est obtenu par dactylologie des lettres I et M. Il s'agit de l'épellation de l'ostensif scriptural qui est utilisé pour représenter l'ensemble image d'une fonction.

Equation

Figure B.11 – Représentation du mot *équation*

Ce signe est obtenu par la combinaison de deux signes. Le premier (à gauche) représente la lettre E et le second, obtenu en tendant les index des deux mains positionnés l'un au-dessus de l'autre, signifie l'égalité.

F

Fonction

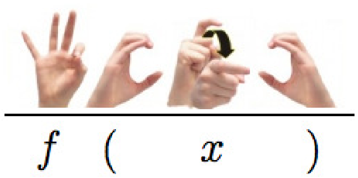


Figure B.12 – Représentation du mot *fonction*

Ce signe est obtenu par dactylologie des lettres f et x ainsi que des symboles de parenthèses (et).

Fonction constante

Ce signe est obtenu en combinant le signe de "fonction" avec celui de "constante".

Fonction croissante (stricte)

Ce signe est obtenu en combinant le signe de "fonction" avec celui de "croissance (stricte)".

Fonction décroissante (stricte)

Ce signe est obtenu en combinant le signe de "fonction" avec celui de "décroissance (stricte)".

Fonction impaire

Ce signe est obtenu en combinant le signe de "fonction" avec celui d'"impaire".

Fonction négative

Ce signe est obtenu en combinant le signe de "fonction" avec celui de "négatif".

Fonction ni paire ni impaire

Ce signe est obtenu en combinant le signe de "fonction" avec celui de "ni paire ni impaire".

Fonction positive

Ce signe est obtenu en combinant le signe de "fonction" avec celui de "positif".

Fonction paire

Ce signe est obtenu en combinant le signe de "fonction" avec celui de "paire".

G

Graphique

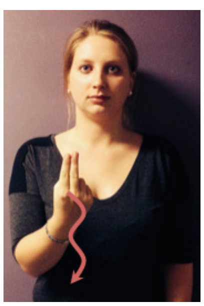


Figure B.13 – Représentation du mot *graphique* en LSFB

Ce signe est obtenu par l'index et le majeur de la main dominante légèrement courbés, les autres doigts pliés et la paume de la main est tournée vers le signeur. Le signeur effectue ensuite un mouvement en "vagues" vers le bas.

I

Intersection

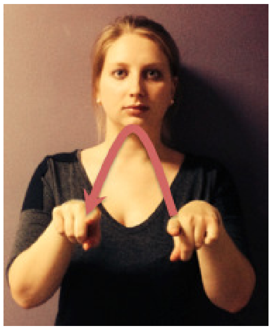


Figure B.14 – Représentation du mot *intersection* en LSFB

Ce signe est obtenu en traçant le symbole "intersection" avec l'index de la main dominante partant de l'index de la main dominée.

Intervalle

Figure B.15 – Représentation du mot *intervalle* en LSFB

Ce signe est obtenu en utilisant deux configurations des mains. Dans un premier temps les mains sont positionnées les paumes l'une en face de l'autre avec l'index et le majeur tendus, les autres doigts pliés. Dans un second temps, l'index et le majeur se rejoignent afin de signifier que l'on prend une partie de la droite réelle et donc un intervalle.

M

Maximum

Figure B.16 – Représentation des mots *maximum d'une fonction* en LSFB

Ce signe est obtenu par la main dominée, plate et placée à l'horizontale qui vient se faire frapper par la main dominante en configuration de poing fermé.

Minimum

FIGURE B.17 – Représentation des mots *minimum d'une fonction* en LSFB

Ce signe est obtenu par la main dominée, plate et placée à la verticale. La main dominante, plate et placée à l'horizontale frotte de droite à gauche le bas de la main dominée.

N

Négatif

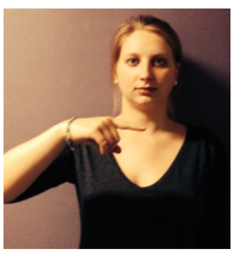


FIGURE B.18 – Représentant du mot *négatif* en LSFB

Ce signe est obtenu en formant un "−" avec l'index de la main dominante.

O

Ordonnée à l'origine

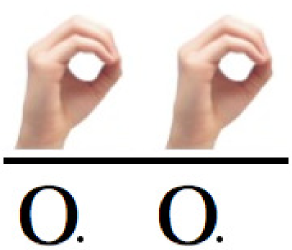


FIGURE B.19 – Représentation des mots *ordonnée à l'origine* en LSFB

Ce signe est obtenu en épelant les lettres O pour ordonnée et O pour origine.

P

Plus grand

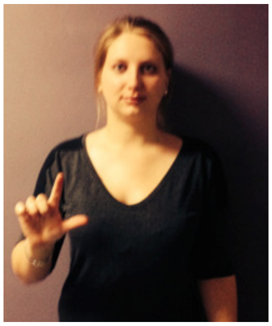


Figure B.20 – Représentation de l'opérateur *plus grand* en LSFB

Ce signe est obtenu en formant l'opérateur "plus grand" par la main droite avec le pouce et l'index

Plus grand ou égal

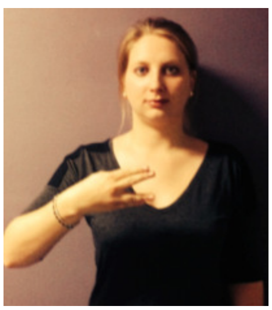


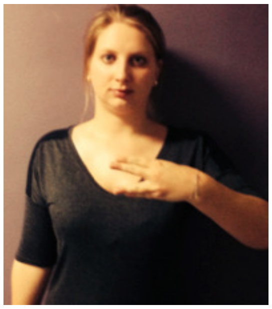
Figure B.21 – Représentation de l'opérateur *plus grand ou égal* en LSFB

Ce signe est obtenu par la main droite. Les doigts, hors pouce, sont tendus. L'index et le majeur sont collés entre eux ainsi que l'annulaire et l'auriculaire. Le pouce est placé contre la paume de la main.

Plus petit

Figure B.22 – Représentation de l'opérateur *plus petit* en LSFB

Ce signe est obtenu en formant l'opérateur "plus grand" par la main gauche avec le pouce et l'index



Ce signe est obtenu par la main gauche. Les doigts, hors pouce, sont tendus. L'index et le majeur sont collés entre eux ainsi que l'annulaire et l'auriculaire. Le pouce est placé contre la paume de la main.

FIGURE B.23 – Représentation de l'opérateur *plus petit ou égal* en LSFB

Plus petit ou égal

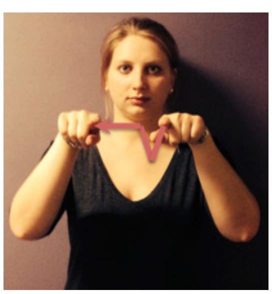
Positif

Ce signe est obtenu en formant un "+" avec les index de chaque main.

FIGURE B.24 – Représentation du mot *positif* en LSFB

R

Racine carrée



Ce signe est obtenu en traçant le symbole "racine carrée" avec l'index de la main dominante partant de l'index de la main dominée.

FIGURE B.25 – Représentant du symbole *racine carrée* en LSFB

Racine (fonction)

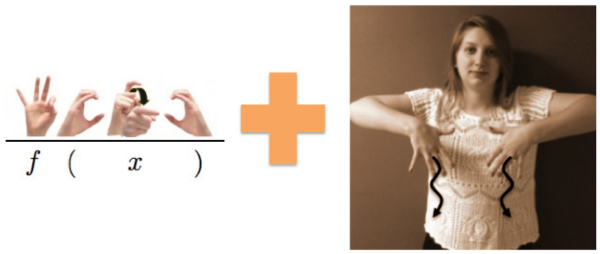


Figure B.26 – Représentation des mots *racine(s) d'une fonction*

Ce signe est composé de deux signes. Le signe "fonction" et le signe "racine de plante". Ce dernier est obtenu en en faisant descendre les mains en suivant des "vagues". Les doigts des deux mains sont tendus et écartés.

S

Solution

Figure B.27 – Représentation du mot *solution*

Ce signe est obtenu en mettant le pouce et l'index de chaque main collés à leurs extrémités. Les autres doigts sont courbés et écartés. La main dominante se soulève légèrement avant de descendre.

Symétrie centrale

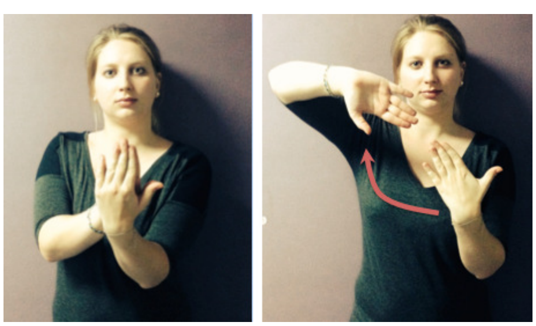


Figure B.28 – Représentation des mots *symétrie centrale*

Ce signe est obtenu en plaçant les mains paume contre paume, la dos de la main dominante vers le signeur. La main dominante effectue ensuite un demi-tour dans le plan où elle se trouve pour se retrouver en face de la main dominée, par symétrie centrale (la main dominante bouge un peu aussi car sinon le geste est difficile à obtenir).

Symétrie orthogonale

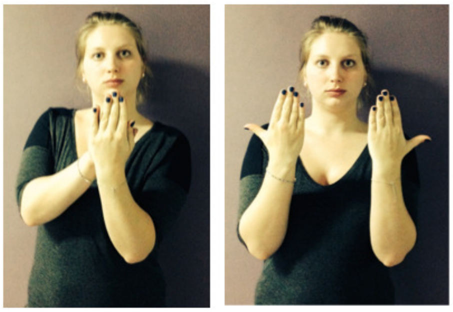


Figure B.29 – Représentation des mots *symétrie orthogonale* en LSFB

Ce signe est obtenu en plaçant les mains paume contre paume, le dos de la main dominante vers le signeur. La main dominante effectue ensuite un demi-tour autour d'un axe verticale.

T

Tableau

Figure B.30 – Représentation du mot *tableau* en LSFB

Ce signe est obtenu en plaçant les pouces contre les paumes des mains respectives. Les autres doigts tendus et écartés. La main dominante se déplace vers le bas tandis que l'autre se déplace vers le haut.

Tableau de signes

Ce signe est obtenu en combinant les signes "tableau" puis "positif" et "négatif".

Tableau de croissance

Ce signe est obtenu en combinant les signes "tableau" et "croissance".

U

Union

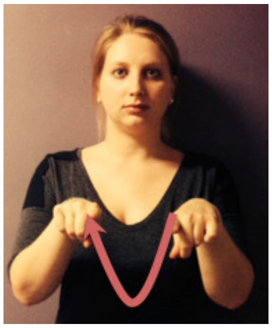


FIGURE B.31 – Représentant du mot *union* en LSFB

Ce signe est obtenu en traçant le symbole "union" avec l'index de la main dominante partant de l'index de la main dominée.

Annexe C

Leçon : Généralités sur les fonctions

Cet annexe comprend le chapitre "Généralités sur les fonctions" donné dans la classe bilingue de quatrième générale de transition de la Communauté scolaire Sainte-Marie de Namur.

$\boxed{1}$ Généralités sur les fonctions

I. Concepts de relation et de fonction

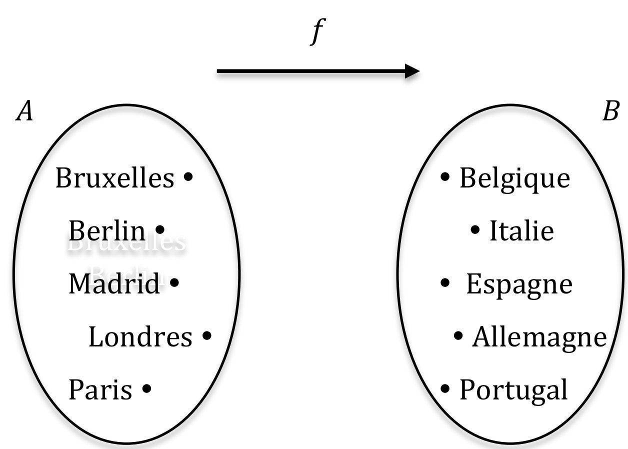
La vie quotidienne présente beaucoup d'exemples où des grandeurs dépendent d'autres grandeurs. Dans certains cas, des concepts sont mis en correspondance avec d'autres concepts.

- le prix d'un billet de chemin de fer en fonction de la distance à parcourir,
- la taille d'un homme en fonction de son âge,
- le volume d'un cube en fonction de son arête,
- l'identification d'un pays avec sa capitale,
- …

Exemple 1 : Considérons un ensemble A fini de villes et un ensemble B fini de pays :

$A = \{Bruxelles\ ;\ Berlin\ ;\ Madrid\ ;\ Londres\ ;\ Paris\}$
$B = \{Belgique\ ;\ Italie\ ;\ Espagne\ ;\ Allemagne\ ; Portugal\}$.

Relions par des flèches les couples de la relation f = « … est la capitale de … »



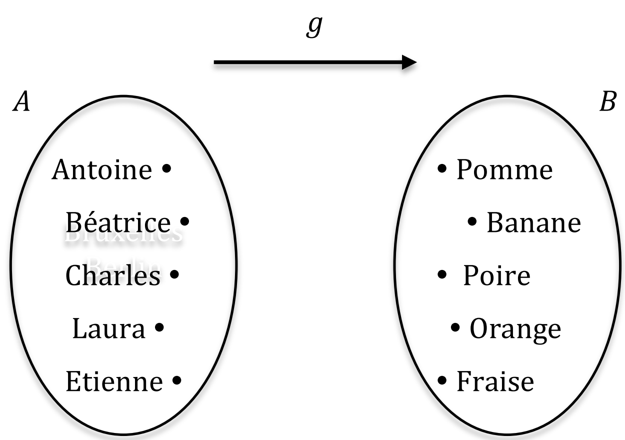
Vocabulaire : On dit que

- « *Belgique* » **est l'image de** « *Bruxelles* »,
- « *Bruxelles* » **a pour image** « *Belgique* ».
- La relation crée le **couple** « *(Bruxelles ; Belgique)* ».

Exemple 2 : Considérons un ensemble A fini d'élèves et un ensemble B fini de fruits :

$A = \{Antoine\ ;\ Béatrice\ ;\ Charles\ ;\ Laura\ ;\ Etienne\}$
$B = \{Pomme\ ;\ Banane\ ;\ Poire\ ;\ Orange\ ; Fraise\}$.

Relions par des flèches les couples de la relation $g =$ « … a mangé … »



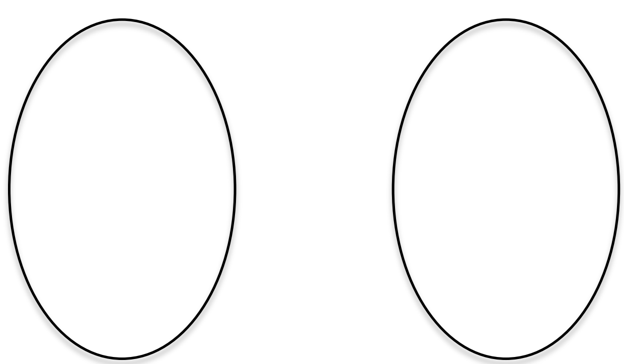
Définition : *Relation*

Une **relation** d'un ensemble A vers un ensemble B établit un lien entre certains éléments de l'ensemble A et certains éléments de B.
Manuel, p. 249

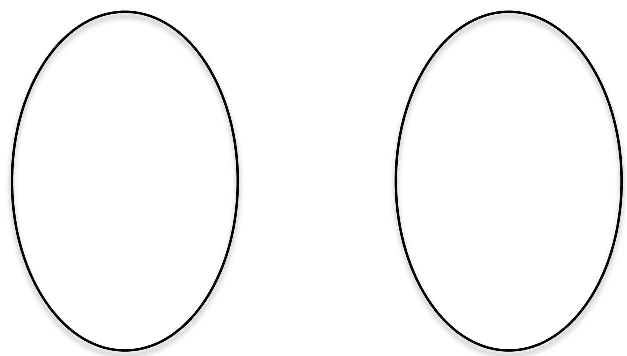
Une relation de A vers B est définie lorsque l'on connaît
- l'ensemble de départ A,
- l'ensemble d'arrivée B
- et les couples que la relation crée.

Exemples :

- Soit $A = \{2; 3; 4; 5; 6\}$ et $B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ et la relation $f_1 =$ « … est diviseur de… », la représentation de cette relation dans un diagramme est :



- Soit $A = \{-4; 0; \frac{3}{2}; -1; 2\}$ et $B = \{-5; 3; 8; 6; 0\}$ et la relation $f_1 =$ « $2.x + 3$ », la représentation de cette relation dans un diagramme est :



Définition : *Fonction*

Une **fonction** d'un ensemble A vers un ensemble B est une relation de A vers B telle que tout élément de A correspond à <u>au plus</u> un élément de B.

Manuel, p. 249

Définition : *Domaine de définition*

Le **domaine de définition** d'une fonction est l'ensemble de tous les réels pour lesquels il existe une image par la fonction.

Notation : ***dom f*** est le domaine de définition de la fonction f.

Manuel, p. 249

Vocabulaire :
On dit qu'une fonction f est **définie** en a lorsque a possède une image par f

Définition : *Ensemble image*

L'**ensemble image** d'une fonction est l'ensemble de toutes les images possibles par la fonction.

Notation : ***im f*** est l'ensemble image de la fonction f.

Manuel, p. 249

Vocabulaire/notations :
Une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ est communément appelée **fonction dans** $\mathbb{R}$.

II. Définition d'une fonction

1. Expression analytique

On notera : $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to f(x)$, où $y = f(x)$ est **l'expression analytique** de la fonction.

2. Graphe

Lorsque les ensembles A et B possèdent beaucoup d'éléments, on privilégiera une représentation en graphique.

Définition : *Graphe d'une fonction*

Le **graphe** (**cartésien**) d'une fonction réelle est l'ensemble des points du plan cartésien dont les coordonnées sont $(x; f(x))$.

Manuel, p. 249

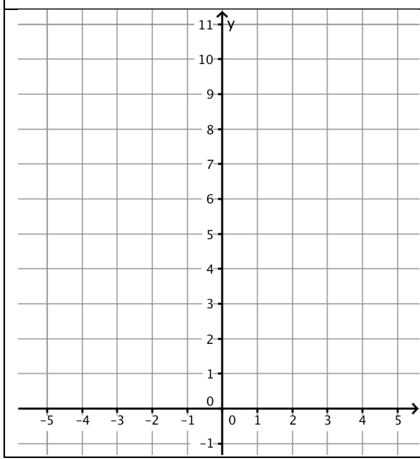
3. Tableau de valeurs

Définition : *Graphe d'une fonction*

Le **tableau de valeurs** d'une fonction réelle est un tableau reprenant certains couples $(x; f(x))$ de la fonction.

Exemple : Soit $A = \mathbb{R}$, $B = \mathbb{R}$ et la relation de A vers B : $f_3 =$ « … a pour carré … ».

Cette relation est une fonction car tout réel a exactement un carré.

Graphe de $\boldsymbol{f}$	Expression analytique	Tableau de valeurs
 		x | $f_3(x)$ | Tapez une équation ici.

Exercices liés :

Manuel, p. 53 $\boxed{1}$ (a)
Manuel, p. 53 $\boxed{2}$ (a) + Donner le domaine et l’ensemble image des fonctions
Manuel, p. 62 $\boxed{9}$ + Déterminer les racines

III. Caractéristiques de fonctions

1. Activité introductive

« La température à Moulinsart ».

2. Racines

Définition : *racine d'une fonction*

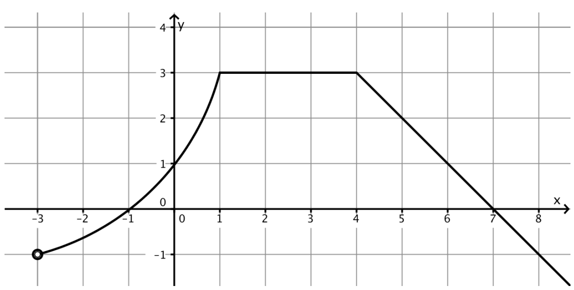
Une **racine** d'une fonction f dans $\mathbb{R}$ est un réel dont l'image par la fonction est nulle.

$$a \text{ est une racine de } f \Leftrightarrow f(a) = 0$$

Manuel, p. 252

NB : Graphiquement, les racines sont les abscisses des points du graphique de f qui sont situés sur l'axe des X.


Exemple : voici le graphique d'une fonction $f(x)$:



Les racines de $f(x)$ sont :


Exercices liés :

Manuel, p. 62 $\boxed{9}$: Donner les racines de chaque expression

2. Signe de la fonction

Définition : *fonction positive (ou négative)*

Une fonction f est **positive** (ou **négative**) sur une partie A de son domaine si et seulement si pour tout réel x de A :

$$f(x) \geq 0 \qquad (\text{ou } f(x) \leq 0)$$

Vocabulaire :
Nous construisons un **tableau de signe** pour indiquer les différentes racines d'une fonction ainsi que le signe de celle-ci.

Exemple : dans le graphique de l'exemple précédent

- Le tableau de signe est :

$\boldsymbol{x}$	
$\boldsymbol{f(x)}$	

- $f(x)$ est positive sur ______
- $f(x)$ est négative sur ______

3. Ordonnée à l'origine

Définition : *ordonnée à l'origine d'une fonction*

L'**ordonnée à l'origine** d'une fonction f est l'image de 0 par la fonction.

$$b \text{ est l'ordonnée à l'origine de } f \Leftrightarrow f(0) = b$$

Manuel, p. 252

NB : Graphiquement, l'ordonnée à l'origine est l'ordonnée du point du graphique de f qui est situé sur l'axe des Y.

Exemple : dans le graphique de l'exemple précédent, l'ordonnée à l'origine est :

4. Croissance

Définition : *fonction croissante*

Une fonction f est **croissante** <u>sur un intervalle I</u> de son domaine si et seulement si quelques soient les réels x_1 et x_2 de I :

$$\text{Si } x_1 < x_2 \text{ alors } f(x_1) \leq f(x_2)$$

Manuel, p. 252

Définition : *fonction décroissante*

Une fonction f est **décroissante** *sur un intervalle I* de son domaine si et seulement si quelques soient les réels x_1 et x_2 de I :

$$\text{Si } x_1 < x_2 \text{ alors } f(x_1) \geq f(x_2)$$

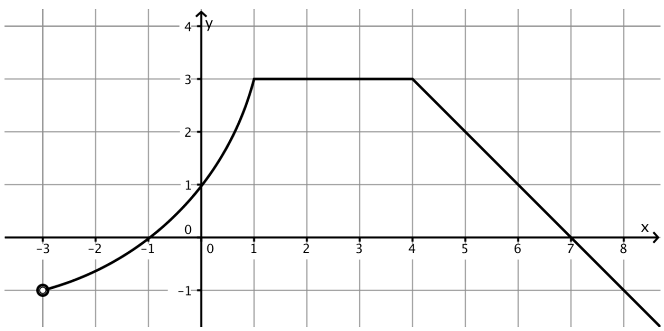
Manuel, p. 252

Définition : *fonction constante*

Quand une fonction est à la fois croissante et décroissante sur cet intervalle I de son domaine, on dit qu'elle est constante *sur un intervalle I*.

Manuel, p. 252

Exemple : voici le graphique d'une fonction $f(x)$:



$f(x)$ est ...

- croissante sur ____________________
- décroissante sur __________________
- constante sur _____________________
- strictement croissante sur ________
- strictement décroissante sur _____

5. Extremum (maximum - minimum)

Définition : *maximum d'une fonction*

Une fonction f admet un **maximum** $f(a)$ en a de son domaine si et seulement si il existe un intervalle autour de a tel que pour tout x de cet intervalle :

$$f(x) \leq f(a)$$

Manuel, p. 253

Définition : *minimum d'une fonction*

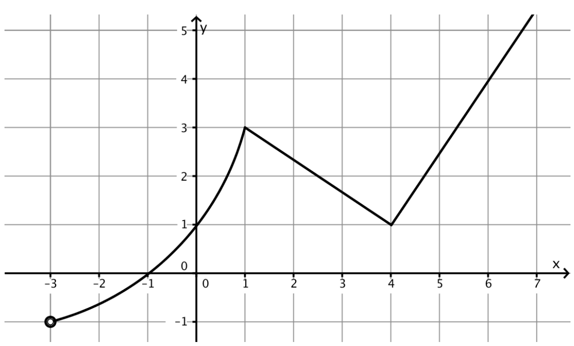
Une fonction f admet un **minimum** $f(a)$ en a de son domaine si et seulement si il existe un intervalle autour de a tel que pour tout x de cet intervalle : $$f(x) \geq f(a)$$
Manuel, p. 253

Vocabulaire :

	Minimum	**Maximum**
$\boldsymbol{x}$	- L'abscisse du minimum - Le réel en lequel le min. est atteint	- L'abscisse du maximum - Le réel en lequel le max. est atteint
$\boldsymbol{y}$	- L'ordonnée du minimum - La valeur minimale	- L'ordonnée du maximum - La valeur maximale
$(\boldsymbol{x};\boldsymbol{y})$	Le minimum	Le maximum

Nous construisons un **tableau de croissance/variations** pour indiquer les différents minima et maxima d'une fonction ainsi que la croissance et décroissance de celle-ci.

Exemple : voici le graphique d'une fonction $f(x)$:



Sur l'intervalle $[-1;2]$, $f(x)$ atteint un maximum en ______.

La valeur maximale de $f(x)$ sur cet intervalle est ______.

Le maximum sur cet intervalle est donc ___________.

Réalise le tableau de croissance de $f(x)$:

$\boldsymbol{x}$	
$\boldsymbol{f(x)}$	

Quel est le minimum de $f(x)$ sur l'ensemble de son domaine de définition ?

6. Parité

Définition : *fonction paire*

Une fonction f est **paire** lorsque son graphique admet, dans un repère orthogonal, l'axe des ordonnées comme **axe de symétrie**.

Cela se traduit par le fait que, pour tout réel x du domaine de f : $\boxed{\boldsymbol{f(x) = f(-x)}}$

Manuel, p. 253

Définition : *fonction impaire*

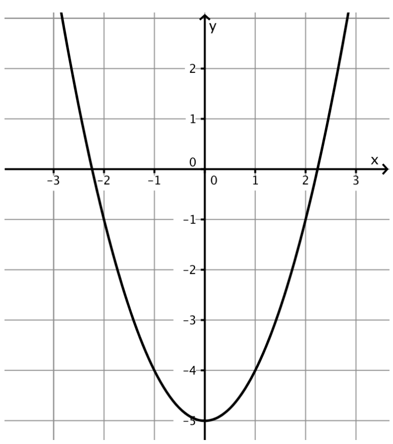
Une fonction f est **impaire** lorsque son graphique admet, dans un repère orthogonal, l'origine du repère comme **centre de symétrie**.

Cela se traduit par le fait que, pour tout réel x du domaine de f : $\boxed{\boldsymbol{f(-x) = -f(x)}}$

Manuel, p. 253

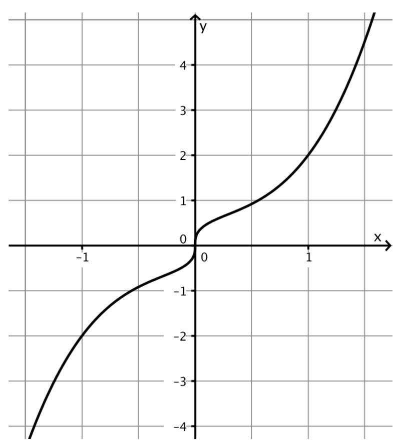
Exemples :

La fonction $f(x) = x^2 - 5$ est paire.



$f(-x) =$

La fonction $f(x) = \sqrt[3]{x} + x^3$ est impaire.



$f(-x) =$

$-f(x) =$

Exercices liés :

Manuel, p. 59 $\boxed{4}$ 1) et 2)
Manuel, p. 59 $\boxed{5}$ 1) et 2)
Manuel, p. 60 $\boxed{6}$ sauf 3 ; 13 et 15

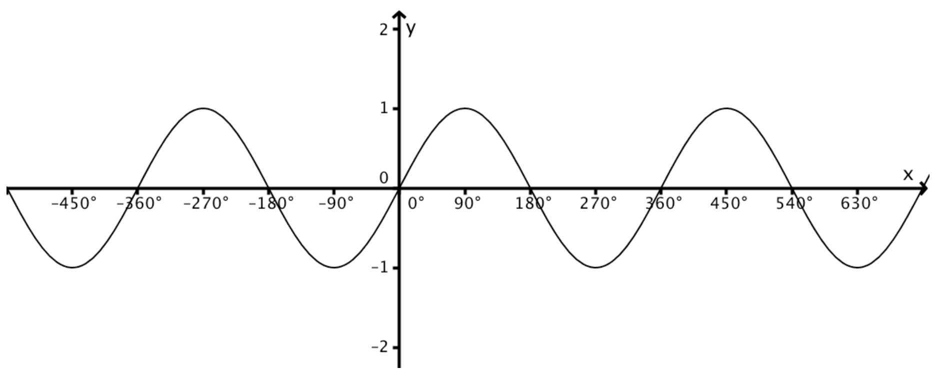
7. Périodicité

Définition : *fonction périodique*

Une fonction f est **périodique** de période p positive non nulle, si et seulement si, quel que soit le réel x du domaine : $$f(x+p)=f(x)$$
Manuel, p. 254

Vocabulaire :
On appelle **période** la plus petite valeur de $\boldsymbol{p}$ strictement positive.

Exemple : la fonction $f(x)=\sin(x°)$ représentée ci-dessous est une fonction périodique de période ________



Exercices récapitulatifs :

Manuel, p. 61 $\boxed{8}$ $g(x)$ (sauf question 7 et 8) et $\boxed{8}$ $k(x)$
Manuel, p. 59 $\boxed{3}$

Devoir :

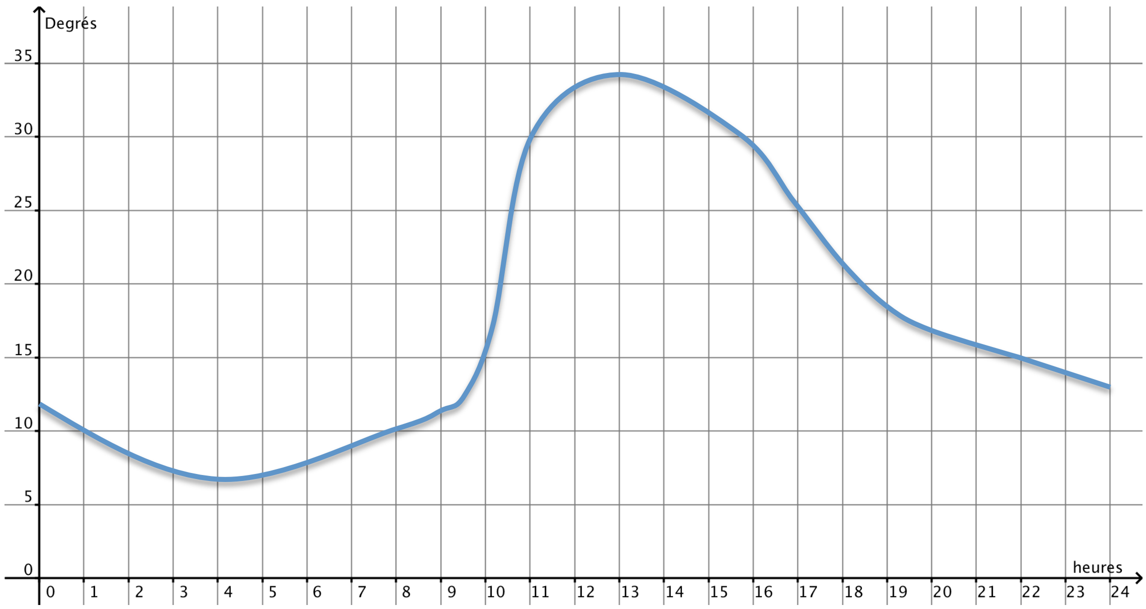
Manuel, p. 61 $\boxed{8}$ $h(x)$; $\boxed{8}$ $i(x)$; $\boxed{8}$ $j(x)$

Problèmes :

Manuel, p. 57 $\boxed{5}$
* Manuel, p. 56 $\boxed{4}$
Manuel, p. 63 $\boxed{14}$

La température à Moulinsart

La température extérieure du 1er août dernier à Moulinsart est donnée par ce graphique :



(a) L'expérience commence à ______ et se termine à ______

(b) A quelle(s) heure(s) la température était-elle de 30° C ? ____________________

(c) Quelle était la température

a. à 5h ? _______ c. à 12h ? _______ e. à 19h ? _______

b. à 9h ? _______ d. à 15h ? _______

(d) La santé de Triffon Tournesol n'est pas très bonne ; il ne peut sortir que lorsque la température extérieure est comprise entre 22°C et 28°C.
A quels moments de la journée a-t-il pu sortir le 1er août dernier ?

____

(e) A quel moment la température est-elle la plus basse ? _____________________

(f) A quel moment la température est-elle la plus élevée ? _____________________

(g) Quelle est la température maximale atteinte ? ____________________________

(h) A quels moments est-elle en augmentation ? ____________________________

(i) A quels moments diminue-t-elle ? _______________________________________

(j) A Moulinsart, la température est identique, d'heure en heure, chaque jour du mois. Quelle serait l'allure du graphique de la température du mois d'août en fonction de l'heure de la journée ? ____